

Израчунаћемо вероватноћу (за 1s орбиталу) да се електрон нађе унутар сфере полупречника R_0 са центром у језгру, $W_1(R_0)$. Из $dW = \Psi^* \Psi dV$ следи:

$$W_1(R_0) = \int_{V_{\text{sphere}}} \Psi_{100}^* \Psi_{100} dV = \int_0^{R_0} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{1}{\pi a_0^3} e^{-\frac{2r}{a_0}} r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi = \frac{1}{\pi a_0^3} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{R_0} r^2 e^{-\frac{2r}{a_0}} dr.$$

Како је $\int_0^{2\pi} d\phi = 2\pi$ и $\int_0^\pi \sin \theta d\theta = 2$ и $\int_0^{R_0} r^2 e^{-\frac{2r}{a_0}} dr = \frac{a_0^3}{8} \int_0^{\frac{2R_0}{a_0}} x^2 e^{-x} dx$, (смена

$x = \frac{2r}{a_0}$, $dx = \frac{2dr}{a_0}$, $r^2 = \frac{a_0^2 x^2}{4}$), имамо $W_1(R_0) = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{2R_0}{a_0}} x^2 e^{-x} dx$. Како је:

$$\int x^2 e^{-x} dx = -x^2 e^{-x} + \int 2x e^{-x} dx = -x^2 e^{-x} + 2(-x e^{-x} + \int e^{-x} dx) = -e^{-x}(x^2 + 2x + 2), \quad (\text{при}$$

првој парцијалној интеграцији узели смо да је $u = x^2$, $dv = e^{-x} dx$), следи:

$$W_1(R_0) = -\frac{1}{2} \left\{ e^{-\frac{2R_0}{a_0}} \left[\left(\frac{2R_0}{a_0} \right)^2 + 2 \left(\frac{2R_0}{a_0} \right) + 2 \right] - 1 \cdot 2 \right\} = 1 - e^{-\frac{2R_0}{a_0}} \left[1 + 2 \frac{R_0}{a_0} + 2 \left(\frac{R_0}{a_0} \right)^2 \right].$$