

ЗАКОНИ ЗРАЧЕЊА

ЗРАЦИ КОЈИ ПАДАЈУ НА НЕКО ТЕЛО ЈЕДИНИМ ДЕЛОМ СЕ:

- РЕФЛЕКТУЈУ
- ПРОЛАЗЕ КРОЗ НЕГА (АКО ЈЕ ПРОЗИРНО)
- АПСОРБУЈУ

$$\begin{matrix} rS \\ dS \\ aS \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} rS \\ dS \\ aS \end{matrix}} \right\} S \leftarrow \text{УКУПНА ЕНЕРГИЈА ЗРАЧЕЊА}$$

$$r + d + a = 1$$

коэффициент: $\downarrow$ рефлексие $\rightarrow$ пропускивати $\rightarrow$ АПСОРПЦИЈЕ

ТЕЛО КОЈЕ СВЕ ЗРАКЕ КОЈИ НА НЕГА ПАДАЈУ АПСОРБУЈЕ, А НИКАК НЕ РЕФЛЕКТУЈЕ НИТИ ПРОПУСКА ЗОВЕ СЕ САВРШЕНО ЦРНО ТЕЛО.

$$a = 1$$

САВРШЕНО ЦРНО ТЕЛО ЈЕ ВЕОМА ПОГОДНО ЗА ИСПРАВИВАЊЕ ЗАКОНА ЗРАЧЕЊА. (ЧЕСТО СЕ У НАУЦИ УМЕСТО СВАКОГ СЛОЖЕНОГ РАЗМТРА ПРЕТПОСТАВЉЕНИ УПРОШЉЕНИ МОДЕЛ, НР. ИДЕАЛАН ГАС, ...)

ЦРНО ТЕЛО СЕ ДЕФИНИШЕ КАО ТЕЛО КОЈЕ ПОТпуНО АПСОРБУЈЕ ПАДАЈУЋЕ ЗРАЧЕЊЕ, НЕЗАВИСИНО ОД ДУЖИНЕ.

• НЕКА НА ТЕЛО У ОКАЛИНИ НЕКЕ ДУЖИНЕ λ ПАДА ЕНЕРГИЈА, ЧИЈИ ЈЕ ФЛУКСА:

$$\Phi_\lambda = \frac{1}{St} \frac{dE}{d\lambda}$$

ГУСТИНА

• НЕКА ЈЕ АПСОРБОВАНА ГУСТИНА ФЛУКСА Φ_λ' АПСОРБОВАНА ЕНЕРГИЈА ОКО ДУЖИНЕ λ ПО ЈЕДИНИЦИ ПОВРШИНЕ ТЕЛА У ЈЕДИНИЦИ ВРЕМЕНА. ОДНОС АПСОРБОВАЊЕ И ПАДАЈУЋЕ ГУСТИНЕ ФЛУКСА, ПРЕДСТАВЉА СПОСОБНОСТ ТЕЛА ДА АПСОРБУЈЕ ЗРАЧЕЊЕ ДУЖИНЕ λ , НАЗИВА СЕ **СПЕКТРАЛНА АПСОРПЦИЈА**

$$A_\lambda = \frac{\Phi_\lambda'}{\Phi_\lambda} \quad \left\{ \begin{array}{l} A_\lambda = 1 \text{ ЗА СВАКО } \lambda \\ \text{ЗА ЦРНО ТЕЛО} \end{array} \right.$$

СПЕКТРАЛНА ЕМИСИОНА СПОСОБНОСТ - **ЕКСЦИТАЦИЈА** M_λ - ЕНЕРГИЈА КОЈА ТЕЛО ЕМИТУЈЕ СА ЈЕДИНИЦЕ ПОВРШИНЕ У ЈЕДИНИЦИ ВРЕМЕНА У ОКАЛИНИ НЕКЕ ДУЖИНЕ λ .

КИРХОФОВ ЗАКОН ОДНОС АПСОРПЦИЈЕ И ЕМИСИЈЕ СПЕКТРАЛНЕ СПОСОБНОСТИ ТЕЛА ЈЕ НЕЗАВИСАН ОД ПРИРОДЕ ТЕЛА И ПОТпуНО ЈЕ ОДРЕЂЕН СПЕКТРАЛНОМ РАСПОДЕЛОМ ЗРАЧЕЊА У СТАЊУ РАВНОТЕЖЕ НА ОДРЕЂЕНОЈ ТЕМПЕРАТУРИ:

$$\frac{M_\lambda}{A_\lambda} = f(\lambda, T)$$

← ТЕЛО КОЈЕ ВИШЕ АПСОРБУЈЕ ВИШЕ И ЕМИТУЈЕ.

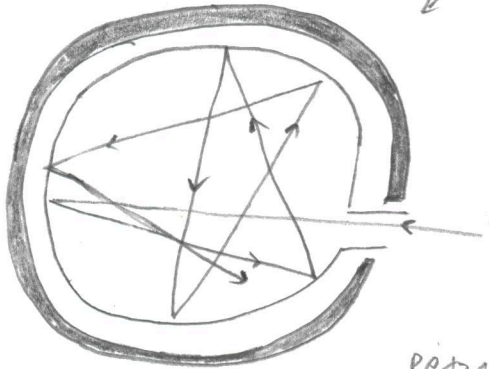
3а Абсолютно черно тело се $A_\lambda = 1$, па следи

→ Кирхоф 1859.

$$M_\lambda = f(\lambda, T)$$

Спектрална екситација црног тела се јединствена функција температуре и таласне дужине

↓
Шупљина окружена равномерно затвореним зидовима



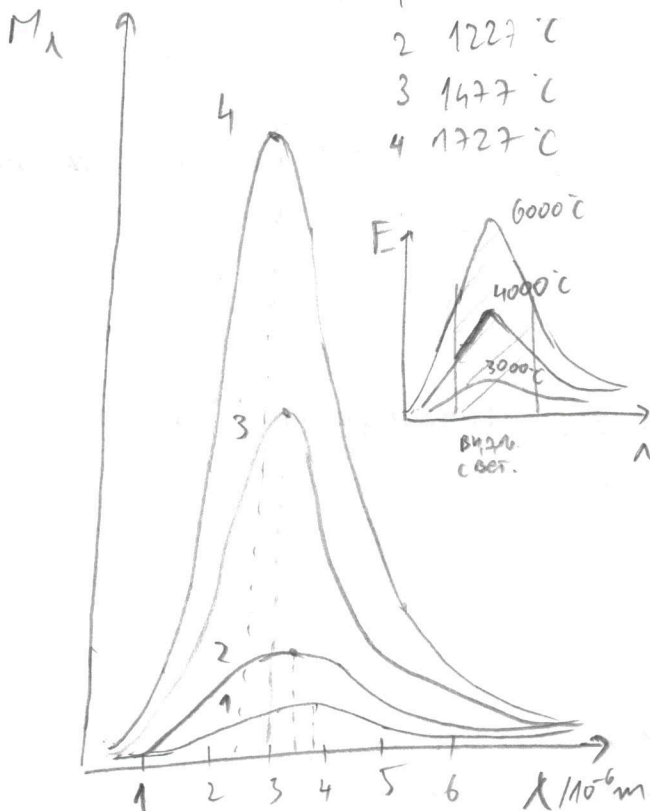
↓
Равнотечно зрачење које се успоставља у шупљини одликује се спектралном расподелом енергије која се идентична расподели за црно тело.

Рефлексија r , апсорпција a одбијања r па део пробитог флукса $r^n \approx 0$.

↑
Модел црног тела → кроз мали отвор ослобађа се зрачење које се зитим анализира.

Мери се густина флукса зрачења у опсегу таласних дужина λ до $\lambda + \Delta\lambda$

- 1 977 °C
- 2 1227 °C
- 3 1477 °C
- 4 1727 °C



* Експериментална екситација расте са порастом T , и максимални кривих се померају ка краћим таласним дужинама

• Сличне криве и за **спектралну густину енергије** u_λ — енергија коју емитује јединична затворена црна тела у окolini таласне дужине λ (Димензије J/m^3)

$$u_\lambda = \frac{du}{d\lambda} \Rightarrow u = \int_0^\infty u_\lambda d\lambda$$

преко фреквенције

$$u_\nu d\nu = u_\lambda d\lambda$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad |d\nu| = \frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

$$u_\nu \frac{c}{\lambda^2} d\lambda = u_\lambda d\lambda$$

$$u_\nu = u_\lambda \frac{\lambda^2}{c}$$

- ЗАКОНИ ЗРАЧЕЊА ЦРНОГ ТЕЛА

- Неке од особина кривих $M_{\lambda} f(\lambda, T)$ сажете су у облику ЗАКОНА ЗРАЧЕЊА.

• **СТЕФАН - БОЛЦМАНОВ ЗАКОН** (1879. Стефан, 1884. Болцман)

$$\int_0^{\infty} M_{\lambda} d\lambda = M_e = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

→ **ЕКСЦИТАЦИЈА** апсолутно црног тела пропорционална је четвртој степени температуре тела.

→ ПОВРШИНА испод криве $M_{\lambda} = f(\lambda)$

$S = \sigma P T^4$ - Енергија по јединици површине у јединици времена.

→ **ЈКТИНА** енергија у јединици времена

ВРЕЊА ПЕЋ ЗРАЧИ ВИШЕ ЕНЕРГИЈЕ НЕГО ХЛАДНА
ВЕЛИКА ПЕЋ ЗРАЧИ ВИШЕ ЕНЕРГИЈЕ НЕГО МАЛА АКО ИМАЈУ ИСТУ Т

• **ВИНОВ ЗАКОН** (1893.)

$$\lambda_{\max} = \frac{C'}{T}$$

→ ВЕЗА између температуре T и
АПЦИСЕ МАКСИМУМА кривих $M_{\lambda} = f(\lambda, T)$

→ ТАКАЈА ДУЖИНА КОЈА ОДГОВАРА МАКСИМУМУ
ОБОРНОТО ПРОПОРЦИОНАЛНА T

$$C' = 0.00289 \text{ K m}$$

ИПР НА 5000 K $\lambda_{\max} = 577 \text{ nm}$ (ЖУТО-ЗЕЛЕНА ОБЛАСТ)

• **РЕЛИ - ЏИНСОВ ЗАКОН** (1900.)

↓
ПОКУПАЈ ТЕОРИЈСКОГ ОБЛАЖЕЊА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНОЕ РАСПОДЕЛЕ ЗРАЧЕЊА $M_{\lambda} = f(\lambda, T)$
 $u_{\lambda} = F(\nu, T)$

↓
ДОБИЈЕЊА ЈЕДИНАЦИЈА **НИЈЕ БИЛА ТАЧНА** - САМО СЕ У ГРАНИЧНИМ СЛУЧАЈЕВИМА ПОСЛАТЛА СА ЕКСП.

↓
ПОКАЗУЈЕ ОГРАНИЧЕЊА КЛАСИЧНЕ ФИЗИКЕ ⇒ УКАЗА НА НАЧИН ДА СЕ ПРЕВАЗИЂУ.

ГВОЗДЕН КУЛУ ГРЕДЕМО У
ТАМНИ, НАДПРЕ ЈЕ НЕ ВИДИМО,
ОНДА ПОЧНЕ ДА СВЕЋИ ТАМНО
ЦРВЕНИМ НАРОМ, ПА СВЕ СВЕЋИ-
ЏИМ, И ОНДА БЕЛО УСИЈАНА.

1) ПРЕБРОЈАЛИ СУ ЕЛЕКТРОМАГНЕТНЕ ТАЛАСЕ ОДРЕЂЕНИХ ФРЕКВЕНЦИЈА
У КОЈИ НАСТАЈУ У УТРЉИНИ КОЈОМ ПРЕДСТАВЉАМО ЦРНО ТЕЛО.

2) СВАКОМ ТАЛАСУ ПРИЛИКАО ОДРЕЂЕНУ СРЕДЊУ ЕНЕРГИЈУ E_{sr} .

3) СПЕКТРАЛНА ГУСТИНА ЕНЕРГИЈЕ КОЈА НАСТАЈЕ У УТРЉИЦИ
ЈЕДИНАКА ПРОИЗВОДУ БРОЈА ТАЛАСА С ФРЕКВЕНЦИЈОМ У ОКОЛИНИ ν
И СРЕДЊЕ ЕНЕРГИЈЕ ПО ЈЕДИНОМ ТАЛАСУ.

* Према Максвеловог електромагнетног закона, ЕМЗ постоји се осциловањем електричних дипола. Тако осциловање електричних

Дипол Зидова Цуљине, γ кој настане електромагнетно поле
које се одликује гачијата електричног, $\vec{E}$ и магнетног поља $\vec{H}$:

- Электромагнитное поле можно разделить на элементарные (свободные) электромагнитные волны различной частоты и поля.

$U_V = \text{број средњих тачака} \times E_{sr}$
 $\downarrow$
 енергија
 + окалини
 $\downarrow$
 број осцилатора (линеарних)
~~и~~ фреквенције V изабир се
 осциловима повезу тачака

средња енергија
 линеарног осцилатора

$$dn = \frac{8\pi v^2}{c^3} dv$$

$$\frac{dn}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

Резюме
БРО

$E_{gr} = \frac{1}{2} kT + \frac{1}{2} kT = kT$
 (2√ ПЛАЧА КОМУ СРОКЕ
 ПРИБЛИЖИТЕЛЬНО РАВНО 4 ПРИБЛИЖИТЕЛЬНО)

$$du = E_g \rho d\eta \Rightarrow u_V dV = \frac{8\pi V^2}{c^3} kT dV$$

↓
Емкостна енергия по единица време
измеря V и $V + dV$

↓
спектральная плотность энергии (du око ν)

$$u_V = \frac{8\pi V^2}{c^3} kT$$

Резни - Чинсов
ЗМСН

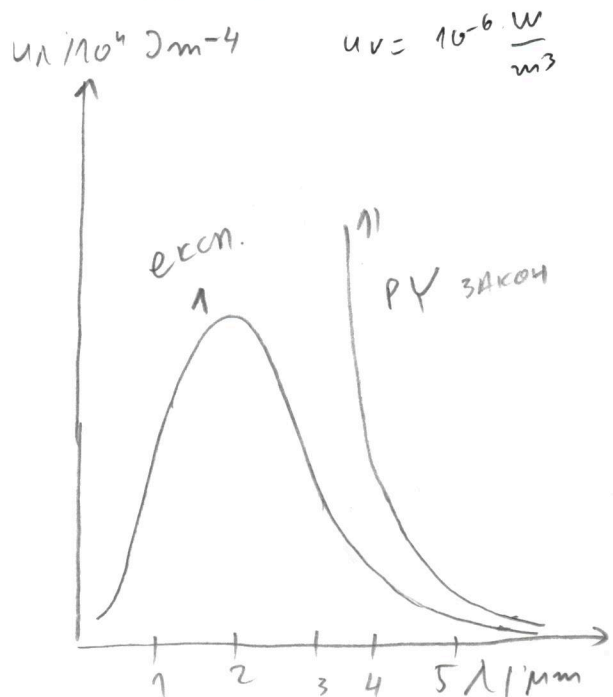
$$v = \frac{c}{\lambda}$$

$$u_v = u_h \frac{\lambda^2}{c}$$

$$u_\lambda = u_\lambda \frac{c}{\lambda^2}$$

$$u_k = \frac{8\pi}{\lambda^4} kT$$

Расходная Энергия
по единице затрата
около 1 (гД).



— СЛАТЪЕ СЛМО Х ОБЛАСТЬ ВЕШИКИХ Л И Т

- За време Δ црно тело емитује бесконанит енергију, а и жотна E се

$$\int_0^\infty u_p dV = \frac{8\pi kT}{c^3} \int_0^\infty v^2 dv = \infty$$

- УПРАВНО-ОСЛЕДНА КАТАСТРОФА

- ПЛАНКОВ ЗАКОН ЗРАЧЕЊА -

1900. година јвео смелу хипотезу која је противуречила целокупном систему представе класичне физике:

"Енергија хармоничког осцилатора који осцилује фреквенцијом ν , чиме се повезује зрачење, дискретна је величина"

$$E_0, 2E_0, 3E_0 \dots (\text{и } E_0)$$

$$E_0 = h\nu$$

и цео број

h - називање делство које постоји у природи $6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

- универзална константа квантне механике
- касније названа ПЛАНКОВА константа
- у класичној теорији се не појављује и због тога има вредност неки значај.

- Црно тело емитује односно апсорбује енергију дисконтинуално у **КВАНТИМА** енергије.

- ПЛАНК је искористио ИЗРАЗ ЗА РЕЗУЛТЕТ БРОЈ $dN = \frac{8\pi\nu^2 d\nu}{c^3}$ и излучио нову (тачку) средњу вредност енергије осцилатора.

N_0	осцилатора има енергију 0
N_1	$h\nu$
N_2	$2h\nu$
N_i	$i h\nu$

БРОЈ ОСЦИЛАТОРА СА $E_m = m h\nu$ НА ОСНОВУ КЛАСИЧНЕ БОЛЦМАНОВЕ РАВНОБРЕ

$$N_m = N_0 e^{-\frac{m h\nu}{kT}}$$

$$\frac{N_m}{N_0} = \frac{e^{-\frac{m h\nu}{kT}}}{e^{\frac{0}{kT}}} = e^{-\frac{m h\nu}{kT}}$$

$$E_{\text{ср}} = \frac{E}{N}$$

$$\begin{aligned} E &= 0 N_0 + h\nu N_1 + 2h\nu N_2 + \dots + i h\nu N_i = \\ &= 0 N_0 + h\nu N_0 e^{-\frac{h\nu}{kT}} + \dots + i h\nu N_0 e^{-\frac{i h\nu}{kT}} \\ &= h\nu N_0 \sum_{i=1}^{\infty} i e^{-\frac{i h\nu}{kT}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= N_0 + N_1 + N_2 + \dots + N_i = \\ &= N_0 + N_0 e^{-\frac{h\nu}{kT}} + \dots + N_0 e^{-\frac{i h\nu}{kT}} \\ &= N_0 \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\frac{i h\nu}{kT}} \end{aligned}$$

$$E_{sr} = h\nu \frac{\sum_i i e^{-\frac{h\nu}{kT}}}{\sum_i e^{-\frac{h\nu}{kT}}} = h\nu \frac{\sum_i i y^i}{\sum_i y^i} \quad y = e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

$$y < 1 \quad \sum_{i=0}^{\infty} y^i = \frac{1}{1-y}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} i y^i = y \frac{d}{dy} \left(\sum_{i=0}^{\infty} y^i \right) = \left\{ \sum y i y^{i-1} = \sum i y^i \right\}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} i y^i = y \frac{d}{dy} \left(\frac{1}{1-y} \right) = \frac{y}{(1-y)^2}$$

$$E_{sr} = h\nu \frac{y}{1-y}$$

$$E_{sr} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$\begin{aligned} \nu = \frac{d\nu}{d\lambda} &= \frac{1}{\lambda^2} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} + \frac{1}{\lambda^5} \frac{1}{(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1)^2} \cdot e^{\frac{hc}{\lambda kT}} \cdot \frac{hc}{kT} \left(\frac{1}{\lambda^2} \right) \\ 1 &= \frac{hc}{kT \lambda} \frac{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \end{aligned}$$

Энергия u_ν , кот по единицы затрепине ν окелити неке фреквенцие ν смитате црно тело, добитено када броо осциатора фреквенцие ν поможитио Планкович изривом за E_{sr} (уместо са kT).

$$u_\nu d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

$$\begin{aligned} u_\nu &= \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \\ u_\lambda &= \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \end{aligned}$$

"СИМОНА ИДЕА О НАКВИ СИЕРГИСЕ"

Планков закон
зрачења црног тела

• потпуно $\times$ сагласност са
експерименталним резултатима

ЗА МНО $\nu \sim 1 \text{ Hz}$ РАЗМАК ИЗМЕНЕ НИВОА $7 \cdot 10^{-37} \text{ J}$, ПА $\ll$ "СКОРО КОНТИНУИМ" $h\nu \rightarrow 0$

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \frac{1}{2} \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 + \dots = 1 + \frac{h\nu}{kT}$$

$$u_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{kT}{h\nu} = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} kT \rightarrow \text{Резли-Уинсов закон}$$

• ЗА ВЕЛИКО ν $e^{\frac{h\nu}{kT}} \gg 1$, РАЗМАКНИ НИВОИ

$$u_\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}}} \rightarrow \text{Винсов закон} \quad u_\nu = \frac{c_1 \nu^3}{c^3} e^{-\frac{c_2 \nu}{c}}$$

① СЛАБНА КОНСТАНТА СЛНЦА ЈЕ $s = 8.4 \text{ J/cm}^2$ (КОЛИКИНА ТОПЛОТЕ КОЈУ БИ СЛНЧЕВИ ЗРАЦИ ПРЕДАЈУ СВАКОГ МИНУТА НА 1 cm^2 ЗЕМЉЕ ДА НЕМА АТМОСФЕРЕ). СЛНЦЕ ЈЕ УДАЉЕНО ОД ЗЕМЉЕ $150 \cdot 10^6 \text{ km}$. КОЛИКА ЈЕ ТЕМПЕРАТУРА СЛНЦА АКО ОНО ЗРАЧИ КАО ЦРНО ТЕЛО, А ПОЛУПРЕЧНИК МТ ЈЕ $r = 696 \cdot 10^6 \text{ m}$?

ЈУПНА ЕНЕРГИЈА ЗРАЧЕЊА У СЕКТИДИ НА КУГЛИ ЧИЈИ ЈЕ ПОЛУПРЕЧНИК ЈЕДНАК УДАЉЕНОСТ ЗЕМЉЕ ОД СЛНЦА

$$E_{\text{tot}} = 4\pi R^2 \cdot s / 60$$

СТЕФАН - БОЛЦМАНОВ ЗАКОН: $E_{\text{tot}} = 6 \cdot P \cdot T^4 = 6 \cdot 4\pi r^2 T^4$
ЗА ЕНЕРГИЈУ + ЈЕДИНИЦУ ВРЕМЕНА

$$T^4 = \frac{4\pi R^2 \cdot s \cdot 60}{6 \cdot 4\pi r^2} = \frac{(150 \cdot 10^9 \text{ m})^2 \cdot 8.4 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{m}^2} \cdot 60}{5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot (696 \cdot 10^6 \text{ m})^2 \cdot 60}$$

$$T^4 = 1.15 \cdot 10^{15} \text{ K}^4$$

$T \approx 5800 \text{ K}$

② МАКСИМУМ ЗРАЧЕЊА У СПЕКТРУ СЛНЦА ЈЕ ЗА ДЛАЧИНУ ДЛЖИНИ $\lambda = 5000 \text{ \AA}$. КОЛИКА ЈЕ ТЕМПЕРАТУРА СЛНЦА АКО УЗМЕМО ДА СЛНЦЕ ЗРАЧИ КАО ЦРНО ТЕЛО.

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{c}{T} \quad T = \frac{c}{\lambda_{\text{max}}} = \frac{0.00289 \text{ K} \cdot \text{m}}{5000 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = 5780 \text{ K}$$

③ ЗВЕЗДА БЕТЕЛГЕЗ Х САЗВЕЖЕЊУ ОРИОНА, УДАЉЕНА ЈЕ ОД ЗЕМЉЕ $r = 5.2 \cdot 10^{18} \text{ m}$. ЕНЕРГИЈА ЗРАЧЕЊА КОЈУ ЗЕМЉА ПРИМА ОД ОВЕ ЗВЕЗДЕ ЈЕ $5.4 \cdot 10^{-8} \frac{\text{J}}{\text{s}}$. МАКСИМУМ ЗРАЧЕЊА ЈЕ КОД $\lambda_m = 9350 \text{ \AA}$. КОЛИКИ ЈЕ ПОЛУПРЕЧНИК ОВЕ ЗВЕЗДЕ

$$u = 5.4 \cdot 10^{-8} \frac{\text{J}}{\text{s}} \quad \lambda_m = 9350 \text{ \AA}$$

$$R = 5.2 \cdot 10^{18} \text{ m} \quad T = \frac{c}{\lambda_m} = \frac{0.00289 \text{ K} \cdot \text{m}}{9350 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = 3090 \text{ K}$$

$$E_{\text{tot}} = 4\pi R^2 u$$

$$E_{\text{tot}} = 6 \cdot P \cdot T^4 = 6 \cdot 4\pi r^2 \cdot \left(\frac{c}{\lambda_m}\right)^4$$

$$r^2 = \frac{4\pi R^2 u}{6 \cdot 4\pi \cdot \left(\frac{c}{\lambda_m}\right)^4} = \frac{R^2 u \cdot \lambda_m^4}{6 c^4} = \frac{(5.2 \cdot 10^{18} \text{ m})^2 \cdot 5.4 \cdot 10^{-8} \frac{\text{J}}{\text{s}}}{5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot (3090 \text{ K})^4}$$

$$r = 5.3 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$= 2.8 \cdot 10^{23} \text{ m}^2$$

$$u_\lambda = \frac{8\pi h c}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

$$\lambda = 30 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$T = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$e^{\frac{hc}{\lambda kT}} = 3.7$$

$$u_\lambda = 0.0555 \frac{\text{J}}{\text{m}^4}$$

$$u \cdot \frac{\lambda^2}{c} = u_\lambda = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = 1 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$V_\nu = 1.664 \cdot 10^{-19} \frac{\text{W}}{\text{m}^3} = \frac{2}{5 \text{ m}^3}$$