

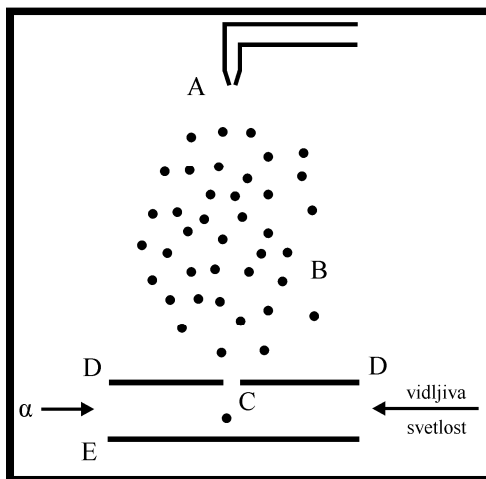
2.2 Milikenov ogled - određivanje naelektrisanja elektrona

Uvod

Posle otkrića elektrona i određivanja njegovog specifičnog naelektrisanja, nametao se zadatak zasebnog određivanja njegovog naelektrisanja i mase. Serijom čuvenih eksperimenata (1909-1913) Miliken²⁸ je pokazao da je naelektrisanje elektrona konstantna veličina i odredio njegovu vrednost. U tim ogledima on je posmatrao kretanje naelektrisanih kapljica ulja u vazduhu pod uticajem Zemljinog gravitacionog polja i homogenog elektrostatičkog polja.

Aparatura

Na slici 1 je dat šematski prikaz aparature koja se koristi pri određivanju naelektrisanja elektrona. U komori (u kojoj se, po potrebi, može menjati vazdušni pritisak) se nalazi raspršivač A, pomoću koga se obrazuju kapljice ulja, B. Pod uticajem gravitacije, one dospevaju u prostor između ploča ravnog kondenzatora, D i E (kroz otvor C na gornjoj ploči). Na ploče kondenzatora se može dovesti jednosmerni napon (0–400 V) koji merimo posebnim voltmetrom. Vazduh između ploča se na pogodan način jonizuje²⁹ (npr. α -zračenjem), pa kapljice koje zahvate nastale gasne jone ili elektrone i same postaju naelektrisane i kao takve podložne dejstvu polja



Slika 1

²⁸ Robert Andrews Millikan (1868-1953) - dobio Nobelovu nagradu za fiziku 1923. godine za određivanje elementarnog naelektrisanja i za rad na fotoelektričnom efektu.

²⁹ Kao što je poznato, u suvom vazduhu ima 78% N_2 i 21% O_2 (zapreminskih) čije su energije jonizacije 15,6 eV i 12,1 eV, redom. Raspadom jezgra ^{232}Th (koje koristimo pri izvođenju vežbe) nastaje α -čestica energije 4 MeV koja lako može jonizovati pomenute molekule, npr. $N_2 \xrightarrow{\alpha} N_2^+ + e^-$, $O_2 \xrightarrow{\alpha} O_2^+ + e^-$.

ravnog kondenzatora. Prostor između ploča kondenzatora se osvetljava jakim izvorom vidljive svetlosti koja se rasejava na kapljicama ulja što se može videti kroz mikroskop (pravac gledanja je normalan na ravan slike). Na slici 2 prikazan je deo vidnog polja mikroskopa - vidimo jednu kapljicu i mrežu podelaka ($d_2 = 5d_1 = 0,5 \text{ mm}$). Tako, merenjem vremena koje je potrebno kapljici da pređe neko određeno rastojanje (npr. d_2), možemo odrediti njenu brzinu.

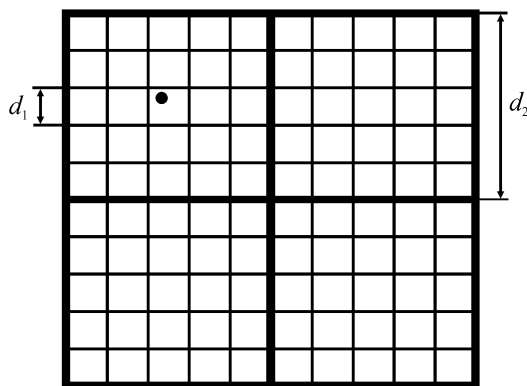
1. Jednačine kretanja kapljice ulja

Imajući u vidu da je poluprečnik tipične kapljice u ovakvom eksperimentu reda mikrometra i manje (dimenzija najmanjih objekata vidljivih golim okom je oko $100 \mu\text{m}$), jasno je da je neophodno korišćenje mikroskopa za njeno posmatranje. S druge strane, talasne dužine vidljive svetlosti su u opsegu $0,38\text{--}0,78 \mu\text{m}$ pa zaključujemo da poluprečnik kapljice ne možemo precizno direktno meriti zbog izražene difrakcije svetlosti na kapljici.

Neka kapljica ulja pada kroz vazduh. Videli smo da ona brzo (zadatak **1.1.14**) dostiže krajnju brzinu padanja (zadatak **1.1.15**, jednačina (2)):

$$v_{\text{kr,g}} = \frac{(m_v - m_k)g}{6\pi\eta r_k}, \quad (1)$$

a da je njen poluprečnik (pretpostavljajući da je kapljica sfernog oblika):



Slika 2

$$r_k = \sqrt{\frac{9\eta v_{\text{kr,g}}}{2g(\rho_v - \rho_k)}}. \quad (2)$$

Ovako smo povezali veličine koje možemo da merimo (koeficijent viskoznosti vazduha, krajnju brzinu padanja u gravitacionom polju Zemlje i gustine ulja i vazduha) sa veličinom koja nas interesuje, a nedostupna je direktnom merenju (poluprečnikom kapljice).

Takođe smo videli (zadatak **1.1.15**, jednačina (4)) da je krajnja brzina kretanja kapljice u homogenom elektrostatičkom polju data izrazom:

$$v_{kr,e} = v_{kr,g} + \frac{qE_z}{6\pi\eta r_k}, \quad (3)$$

odakle je njeno naelektrisanje:

$$q = \frac{6\pi\eta r_k}{E_z} (v_{kr,e} - v_{kr,g}) = \frac{9\pi}{E_z} \sqrt{\frac{2\eta^3 v_{kr,g}}{g(\rho_v - \rho_k)}} (v_{kr,e} - v_{kr,g}). \quad (4)$$

Prema tome, merenjem brzina kretanja jedne iste kapljice u i van elektrostatičkog polja³⁰, možemo odrediti njeno naelektrisanje.

Osim toga, ako kapljica promeni naelektrisanje pri svim ostalim istim uslovima,

$$q' = \frac{6\pi\eta r_k}{E_z} (v'_{kr,e} - v_{kr,g}), \quad (5)$$

to rezultuje novom krajnjom brzinom kretanja, $v'_{kr,e}$. Oduzimanjem jednačine (4) od jednačine (5) imamo:

$$q' - q = \frac{6\pi\eta r_k}{E_z} (v'_{kr,e} - v_{kr,e}). \quad (6)$$

Konačno, zamenom izraza za radijus kapljice, jednačina (2), dobijamo:

$$\Delta q \equiv q' - q = \frac{9\pi}{E_z} \sqrt{\frac{2\eta^3 v_{kr,g}}{g(\rho_v - \rho_k)}} (v'_{kr,e} - v_{kr,e}). \quad (7)$$

Jednačina (7) nam omogućava da mereći različite brzine iste kapljice u elektrostatičkom polju odredimo veličinu promene njenog naelektrisanja te da eksperimentalno pokažemo da ta promena ne može biti kontinualna.

Naelektrisanje kapljice možemo odrediti i bez određivanja brzine padanja u gravitacionom polju. Neka se kapljica kreće ravnomerno naniže pod uticajem elektrostatičkog polja:

³⁰ Ako primetimo da je gravitaciona sila koja deluje na kapljicu

$|\vec{F}_g| = m_k g = \rho_k \frac{4}{3} r_k^3 \pi g \sim 10^{-15} \text{ N}$, a elektrostatička $|\vec{F}_e| = qE = 10^{-14} \text{ N}$, (pod pretpostavkom da kapljica nosi nekoliko elektrona viška i da je rastojanje između ploča kondenzatora nekoliko milimetara) vidimo da će smer njenog kretanja određivati elektrostatička sila.

$$v_{\downarrow} \equiv v_{kr,\downarrow} = v_{kr,g} + \frac{qE_z}{6\pi\eta r_k}. \quad (8)$$

Ako promenimo smer polja (zamenivši polaritet ploča kondenzatora, $E'_z = -E_z$), kapljica će se kretati ravnomerno naviše brzinom:

$$v_{\uparrow} \equiv v_{kr,\uparrow} = v_{kr,g} + \frac{qE'_z}{6\pi\eta r_k} = v_{kr,g} - \frac{qE_z}{6\pi\eta r_k}. \quad (9)$$

Sabiranjem i oduzimanjem jednačina (8) i (9) imamo:

$$(v_{\downarrow} - v_{\uparrow}) = \frac{2qE_z}{6\pi\eta r_k}, \quad (v_{\downarrow} + v_{\uparrow}) = 2v_{kr,g},$$

odakle je $r_k = \sqrt{\frac{9\eta(v_{\downarrow} + v_{\uparrow})}{4g(\rho_v - \rho_k)}}$ i konačno:

$$q = \frac{6\pi\eta r_k (v_{\downarrow} - v_{\uparrow})}{2E_z} = \frac{9\pi}{2E_z} (v_{\downarrow} - v_{\uparrow}) \sqrt{\frac{\eta^3 (v_{\downarrow} + v_{\uparrow})}{g(\rho_v - \rho_k)}}. \quad (10)$$

Dakle, merenjem brzina kretanja kapljice naviše i naniže u elektrostatičkom polju možemo pomoću jednačine (10) odrediti njeno naelektrisanje. Možemo izvršiti merenja za različite vrednosti polja E_z i uporediti odgovarajuće rezultate.

2. Korekcija Stoksovog zakona

Prema Milikenovim rezultatima, korišćenje jednačine (4) (odnosno (7)) daje tim veće vrednosti elementarnog naelektrisanja što je brzina date kapljice manja (a time i poluprečnik, jednačina (2)). Za kapljice poluprečnika većeg od oko 3 μm dobijaju se konzistentne vrednosti za elementarno naelektrisanje.

Jedina od pretpostavki koja se čini pri izvođenju Stoksovog zakona koja nije sasvim opravdana u ovom slučaju je da su dimenzije tela mnogo veće od nehomogenosti medijuma kroz koji se ono kreće. Ako kao meru nehomogenosti vazduha uzmemo dimenziju šupljina između njegovih molekula - srednji slobodni put, l , na pritisku i temperaturi pri kojima se izvodi eksperiment (na atmosferskom pritisku on je reda 100 nm, što nam je poznato iz kinetičke teorije gasova) - jasno je da za kapljicu ulja kakvu koristimo u eksperimentu

vazduh i nije baš homogen. Drugim rečima, može se smatrati da u pojedinim trenucima svog kretanja kapljica pada kroz vakuum (bez otpora sredine), pa je jasno da će izmerene brzine kretanja kapljice kroz vazduh biti nešto veće od onih koje daju jednačine (1) i (3). Očigledno, sila otpora je manja od one predviđene Stoksovim zakonom, pa je Miliken predložio njegovu korekciju i to u obliku $F_{tr} = -\frac{6\pi\eta r_k v_z}{f}$, $f \geq 1$. Ne poznavajući eksplicitno funkciju f

Miliken ju je napisao u obliku reda:

$$f \equiv f\left(\frac{l}{r_k}\right) = \left(1 + A\left(\frac{l}{r_k}\right) + B\left(\frac{l}{r_k}\right)^2 + \dots\right)$$

razumno pretpostavivši da ona treba da zavisi od odnosa l i r_k i to, naravno, tako da za $l \ll r_k$ bude $f = 1$.

Odredimo sada vezu između merenih brzina i onih dobijenih primenom nekorigovanog Stoksovog zakona (jednačine (1) i (3)). Koristeći izraz za korigovanu silu trenja dobijamo da je izmerena krajnja brzina padanja u gravitacionom polju data jednačinom:

$$v_{kr,g}^{mer} = \frac{(m_v - m_k)g}{6\pi\eta r_k} f = v_{kr,g} f \quad (1')$$

i slično, $v_{kr,e}^{mer} = v_{kr,e} f$. Dakle, brzine kojima bi se kapljica kretala da važi Stoksov zakon su sa izmerenim brzinama povezane jednačinama $v_{kr,g} = v_{kr,g}^{mer} / f$ i $v_{kr,e} = v_{kr,e}^{mer} / f$. Međutim, jednačine (4)-(10) su izvedene pod pretpostavkom da važi Stoksov zakon, pa koristeći jednačine veze te zamenom u npr. jednačinu (4) dobijamo:

$$q^{kor} = \frac{9\pi}{E_z} \sqrt{\frac{2\eta^3 (v_{kr,g}^{mer} / f)}{g(\rho_v - \rho_k)}} (v_{kr,e}^{mer} / f - v_{kr,g}^{mer} / f) = \frac{q^{mer}}{f^{3/2}} \quad (4')$$

gde smo sa q^{mer} označili naelektrisanje kapljice dobijeno direktnom zamenom merenih brzina u jednačinu (4) a sa q^{kor} vrednost naelektrisanja izračunatog uzimanjem u obzir „popravljenih” vrednosti brzina.

U prvoj aproksimaciji, mogu se uzeti samo prva dva člana razvoja funkcije f , pa prepisivanjem jednačine (4') u obliku:

$$(q^{\text{mer}})^{2/3} = (q^{\text{kor}})^{2/3} + A \frac{l}{r_k} (q^{\text{kor}})^{2/3} \quad (4'')$$

vidimo da ćemo nanošenjem $(q^{\text{mer}})^{2/3}$ u funkciji l/r_k dobiti pravu čiji je odsečak jednak $(q^{\text{kor}})^{2/3}$. l/r_k možemo varirati ili radeći sa kapljicama iste veličine na raznim pritiscima ili uzimajući više kapljica različitih poluprečnika pri istom pritisku. Miliken je koristeći oba opisana načina za kapljice (koje su nosile osnovno naelektrisanje) napravljene od različitih materijala dobijao prave različitih nagiba (u skladu sa činjenicom da A zavisi od vrste materijala) koje su sve imale isti odsečak na ordinatnoj osi što je bio dokaz za nezavisnost elementarnog naelektrisanja od veličine kapljice.

Uputstvo za rad

1. Povezati aparaturu prema odgovarajućoj šemi.



Slika 3. Aparatura za Milikenov ogled

2. Uvesti kapljice ulja u komoru i izabrati jednu kapljicu na sledeći način:

- postaviti polugu izvora jonizujućeg zračenja na položaj „spray droplet position”;
- postaviti vrh raspršivača na otvor komore; posmatrajući vidno polje istovremeno stisnuti pumpicu raspršivača nekoliko puta dok se kapljice ne pojave u vidnom polju;
- postaviti polugu izvora jonizujućeg zračenja na položaj „ON” i posle nekoliko sekundi vratiti na položaj „OFF”;



Slika 4. Detalji aparature

- dovesti napon na ploče kondenzatora i ustanoviti koje kapljice su naelektrisane (to su, jasno, one koje menjaju brzinu kretanja pod uticajem polja);
- izabrati onu kapljicu kojoj je potrebno nekoliko sekundi (poželjno > 5) da pređe rastojanje d_2 krećući se naviše;
- po izboru kapljice, ukoliko je potrebno, fino podesiti fokus mikroskopa;
- sva naredna merenja vršiti za **izabranu** kapljicu.



Slika 5. Napon $U=350V$

3. Prikupiti eksperimentalne podatke na jedan od tri načina (svaku brzinu izračunati kao srednju vrednost bar 5 merenja):

- odrediti brzinu padanja kapljice kada ploče kondenzatora nisu naelektrisane. Zatim, odrediti brzinu kretanja kapljice kada je na ploče kondenzatora priključen napon U , a potom i $-U$;
- odrediti brzinu kretanja kapljice kada je na ploče kondenzatora priključen napon U , a potom i $-U$. Postaviti polugu izvora jonizujućeg zračenja na



Slika 6. Izbor polariteta

položaj „ON” i posle nekoliko sekundi vratiti na položaj „OFF”, pa ponoviti merenja odgovarajućih brzina za istu kapljicu;

- c) Odrediti brzinu kretanja kapljice kada je na ploče kondenzatora priključen napon U , a potom i $-U$. Ponoviti merenja za tri različite vrednosti napona.

4. Očitavši temperaturu na kojoj se izvodi eksperiment i znajući da je:

- rastojanje između ploča kondenzatora 7,6 mm;
- gustina korišćenog ulja, $\rho = 886 \text{ kg/m}^3$;
- gustina vazduha data formulom $\rho = \frac{PM}{RT}$, gde je $M = 28,96 \text{ g/mol}$ kao i da se koeficijent viskoznosti vazduha može očitati sa priloženog grafika, izračunati naelektrisanje kapljice pomoću odgovarajućih formula.

5. Prikupivši podatke za najmanje pet kapljica različitih poluprečnika istog naelektrisanja, odrediti q^{kor} .