

1.

Masa prizme na slici je M , a masa pločice m .
 Mase kuglica i kugla su zanemarljivo male, kao
 i uticaj prizme o horizontalnu podlogu. Koeficijent
 trenja između prizme i pločice je μ . Odrediti
 ubrzanje pločice m otkos na horizontalnu podlogu.

(1) $M \frac{d^2x}{dt^2} = (-N) + T$ $\neq \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2}$
 (2) $m \frac{d^2x}{dt^2} = N$ utjecajanja čina
 $m \frac{d^2y}{dt^2} = mg - T - \mu N$
 $\Rightarrow \frac{d^2x'}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}$
 $m \frac{d^2y}{dt^2} = mg - \mu m \frac{d^2x'}{dt^2} - (M+m) \frac{d^2y}{dt^2}$
 $\Rightarrow (M+m) \frac{d^2y}{dt^2} = T$
 $\Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} [m + \mu m + M + m] = mg$
 $\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{m}{2m + M + \mu m} g$
 $\frac{d^2x'}{dt^2} = a = \frac{\sqrt{2} g}{2 + \mu + \frac{M}{m}}$

Ubrzanje pločice
 i ubrzanje
 prizme.

$\vec{a}'' = \vec{a}_y + \vec{a}_x$
 $a'' = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{2} a$
 $\Rightarrow \frac{d^2x'}{dt^2} = \sqrt{2} \frac{d^2y}{dt^2}$
 $\vec{a}'^2 = (\vec{a}_y + \vec{a}_x)^2$
 $a'^2 = a_y^2 + 2\vec{a}_y \cdot \vec{a}_x + a_x^2$
 $a'^2 = a_y^2 + a_x^2$

2.

Odrediti ubrzanje sa kojim se kreće masa m_1 na kraju užeta prikazanom na slici. Ubrzanje mase m_2 i elastičnosti kabela zanemariti. Ispitati sledeće situacije:

a) $m_1 = m_2$
 d) $m_1 \ll m_2$
 e) $2m_1 = m_2$
 g) $m_1 \gg m_2$

u sistemu se gromada rotaciono i translaciono kreće kao jedna

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = m_1 g - \frac{T_2}{2}$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -m_2 g + 2T$$

$$\# \quad T_2 = 2T \quad \# \quad \neq$$

$$\# \quad \frac{d^2 x_1}{dt^2} = 2 \frac{d^2 x_2}{dt^2}$$

$$\# \quad \frac{s_1}{a_1} = \frac{s_2}{a_2}$$

$$\# \quad \frac{2k}{a_1} = \frac{k}{a_2}$$

$$\# \quad ka_1 = 2ka_2$$

$$\# \quad a_1 = 2a_2$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -m_2 g + 2 \left[m_1 g - m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} \right]$$

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 x_1}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} \left[\frac{m_2}{2} + 2m_1 \right] = [2m_1 - m_2] g$$

$$2 \frac{d^2 x_1}{dt^2} \left[m_1 + \frac{m_2}{4} \right] = 2 \left[m_1 - \frac{m_2}{2} \right] g$$

$$\boxed{\frac{d^2 x_1}{dt^2}} = \frac{m_1 - \frac{m_2}{2}}{m_1 + \frac{m_2}{4}} g = \frac{\frac{1}{2} [2m_1 - m_2]}{\frac{1}{4} [4m_1 + m_2]} g = \boxed{\frac{2(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2} g}$$

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= \frac{2(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2} g = \frac{2(\cancel{m_1})}{5\cancel{m_1}} g \\ \text{b)} \quad \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= \frac{2(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2} g \approx - \frac{2m_2}{\cancel{m_2}} g \\ \text{c)} \quad \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= \frac{2(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2} g = 0 \\ \text{d)} \quad \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= \frac{2(2\cancel{m_1} - m_2)}{2\cancel{m_1} + m_2} g \approx \frac{4\cancel{m_1}}{4\cancel{m_1}} g = g \end{aligned}$$

3.

Познати параметри са следеће стране су: маса M који се налази на хоризонталној површини, коефицијент тренja μ између масе m_1 и површине, маса m_2 која се налази на нагибаној површини, као и укупна маса $m_1 + m_2$ која се налази на нагибаној површини. Ако се оба маса m_1 и m_2 померају у правцу повећања, наћи однос маса m_2/m_1 кад се маса m_2 помера у правцу повећања.

a) $\mu = 0$
b) $\mu = 0.1$
c) $\mu = 0.2$
d) $\mu = 0.3$
e) $\mu = 0.4$

Diagram showing a mass m_1 on an inclined plane with angle α and coefficient of friction μ . A string is attached to m_1 and passes over a pulley to a hanging mass m_2 . The string is parallel to the incline. Forces acting on m_1 are tension T up the incline, normal force N perpendicular to the incline, friction force F_{tr} down the incline, and weight $m_1 g$ vertically down. Forces acting on m_2 are tension T up and weight $m_2 g$ down. The coordinate system for m_1 is x_1 along the incline, and for m_2 is x_2 vertically down.

Equations of motion:

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = T - m_1 g \sin \alpha - \mu N$$

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = 0$$

$$N = m_1 g \cos \alpha$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = m_2 g - T$$

$$a = \frac{m_2 - m_1 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m_1 + m_2} g$$

Predmet: Fizika 1

Tip vežbi: Računske vežbe

Predmetni asistent: Violeta Stanković

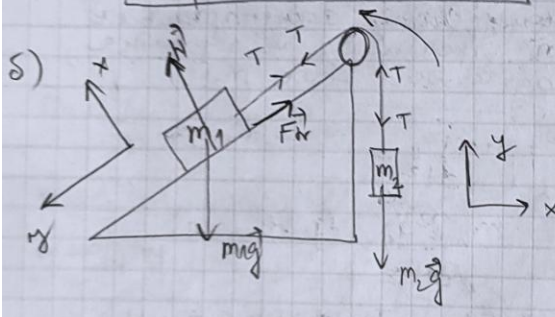
Termin: Osmi (7.5.2021)

$a \geq 0$

$$m_2 - m_1 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \geq 0$$
$$1 - \frac{m_1}{m_2} (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \geq 0$$
$$-\frac{m_1}{m_2} (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \geq -1 \quad | \cdot (-1)$$
$$\frac{m_1}{m_2} (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \leq 1$$
$$\frac{m_1}{m_2} \leq \frac{1}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}$$

$$\frac{m_2}{m_1} \geq \sin \alpha + \mu \cos \alpha$$

5)


$$m_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} = -m_2 g + T$$
$$m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} = m_1 g \sin \alpha - T - \mu N$$
$$m_1 \left(\frac{d^2 x_1}{dt^2} \right)^0 = N - m_1 g \cos \alpha$$
$$N = m_1 g \cos \alpha$$
$$a [m_1 + m_2] = -m_2 g + T + m_1 g \sin \alpha - T - \mu m_1 g \cos \alpha =$$
$$= g [-m_2 + m_1 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)]$$

$$a = \frac{-m_2 + m_1 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{m_1 + m_2} g$$

$a \geq 0$

$$-m_2 + m_1 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \geq 0$$
$$-\frac{m_2}{m_1} + (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \geq 0$$

$$\frac{m_2}{m_1} \geq 1 - (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

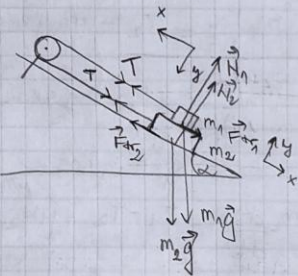
$$\boxed{\frac{m_2}{m_1} \leq \sin \alpha - \mu \cos \alpha}$$

$$y) \boxed{\sin \alpha - \mu \cos \alpha < \frac{m_2}{m_1} < \sin \alpha + \mu \cos \alpha}$$

sisitem se ne kreće

4.

2ve mase su međusobno vezane nerasturivim koncem
 preko kojeg prolazi jedna kugla.
 Mase se nalaze na sličnoj ravni i njeni su uglovi 45°.
 Koeficijent trenja između mase i slične ravni
 je 0,20, a između mase i slične ravni je 0,12. Koliko mase
 treba dati da se mase kreću i koje mase da se daju
 mase kreću u pravcu na gore. Masu kugle i
 konac zanemariti.



(1) $m_1 \frac{d^2x}{dt^2} = T - m_1 g \sin \alpha - \mu_1 N_1$

$m_1 \frac{d^2y}{dt^2} = N_1 - m_1 g \cos \alpha$

$\Rightarrow N_1 = m_1 g \cos \alpha$

(2) $m_2 \frac{d^2x}{dt^2} = -\mu_2 N_2 + m_2 g \sin \alpha - T - \mu_1 m_1 g \cos \alpha$

$N_2 = (m_1 + m_2) g \cos \alpha$

$m_2 \frac{d^2y}{dt^2} = -N_2 + (m_1 + m_2) g \cos \alpha$

$\Rightarrow N_2 = (m_1 + m_2) g \cos \alpha$

(1) $\Rightarrow T = m_1 \frac{d^2x}{dt^2} + m_1 g \sin \alpha + \mu_1 m_1 g \cos \alpha$

$m_2 \frac{d^2x}{dt^2} = -\mu_2 (m_1 + m_2) g \cos \alpha + m_2 g \sin \alpha - m_1 \frac{d^2x}{dt^2} - m_1 g \sin \alpha - \mu_1 m_1 g \cos \alpha$

Predmet: Fizika 1

Tip vežbi: Računske vežbe

Predmetni asistent: Violeta Stanković

Termin: Osmi (7.5.2021)

$$\frac{d^2x}{dt^2} [m_2 + m_1] = g \left[\sin \alpha (m_2 - m_1) - \cos \alpha (\mu_2 m_2 + (\mu_2 + 2\mu_1) m_1) \right]$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{\sin \alpha (m_2 - m_1) - \cos \alpha (\mu_2 m_2 + (\mu_2 + 2\mu_1) m_1)}{m_1 + m_2} g$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} > 0 &\Rightarrow \sin \alpha (m_2 - m_1) - \cos \alpha (\mu_2 m_2 + (\mu_2 + 2\mu_1) m_1) > 0 \\ \sin \alpha m_2 - \sin \alpha m_1 - \cos \alpha \mu_2 m_2 - \cos \alpha m_1 (\mu_2 + 2\mu_1) &> 0 \\ m_2 [\sin \alpha - \cos \alpha \mu_2] &> m_1 [\sin \alpha + \cos \alpha (\mu_2 + 2\mu_1)] \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{m_2}{m_1} > \frac{\sin \alpha + \cos \alpha (\mu_2 + 2\mu_1)}{\sin \alpha - \cos \alpha \mu_2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{m_2 > 1,8 m_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{m_1}{m_2} < \frac{\sin \alpha - \mu_2 \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha (\mu_2 + 2\mu_1)}}$$

5.

Систем на слици чине две масе m_1 и m_2 , на хоризонталној равни, повезане коцком преносним преко коцка. Коэф. триења између масе и површе је μ_1 , а између масе m_2 и површе је μ_2 . Колика сила F је потребна да се маса m_1 креће напред, да се маса m_2 креће назад? Масе коцка и коцка занемарљиве.

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = F - T - \mu_1 N_1 - \mu_2 N_2 - \mu_2 m_2 g$$

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -m_1 g - m_2 g + N_1 \Rightarrow N_1 = (m_1 + m_2)g$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = T - \mu_2 N_2 - \mu_2 m_2 g$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -N_2 + m_2 g \Rightarrow N_2 = m_2 g$$

$$T = m_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + m_2 g \mu_2$$

$$\# \frac{d^2 x_1}{dt^2} = \frac{d^2 x_2}{dt^2}$$

$$\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2$$

$$m_1 \frac{d^2 x}{dt^2} = F - m_2 \frac{d^2 x}{dt^2} - m_2 g \mu_2 - \mu_1 (m_1 + m_2)g - \mu_2 m_2 g$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{F - \mu_1 (m_1 + m_2)g - 2\mu_2 m_2 g}{m_1 + m_2} > 0$$

$$F > \mu_1 (m_1 + m_2)g + 2\mu_2 m_2 g$$

$$F > g[\mu_1 (m_1 + m_2) + 2\mu_2 m_2]$$

Obratiti pažnju na
sile trenja u sistemu
prvog i drugog tela!!

6.

Za konfornu sa slike poznati su masa m i radijus R homogenog kotura (diska) kao i mase utega m_1 i m_2 . Nijem se kreću preko konforn bez trenja i bez otpora vazduha. U ovom konforn je zanemarljivo. Odrediti ubrzanje utega konforn L i odnos sila F_1/F_2 u procesu kretanja. Pokazati da je $T_1 = T_2$ pri $m \rightarrow 0$.

$L = ?$
 $\frac{F_1}{F_2} = ?$

1) $m_1 \frac{d^2 x}{dt^2} = m_1 g - T_1$
 2) $m_2 \frac{d^2 x}{dt^2} = -m_2 g + T_2$
 3) $R\phi = x \Rightarrow \frac{d^2 \phi}{dt^2} = \frac{1}{R} \frac{d^2 x}{dt^2}$
 4) $I \frac{d^2 \phi}{dt^2} = R(T_1 - T_2) - R(T_2 - T_1)$

moment sile
 savijanja
 uoklo gde postoji savijanje

$\Rightarrow R \frac{d^2 \phi}{dt^2} [m_1 + m_2] = m_1 g - m_2 g - \frac{I}{R} \frac{d^2 \phi}{dt^2}$

$\frac{d^2 \phi}{dt^2} = \frac{m_1 - m_2}{\left(m_1 + m_2 + \frac{m}{2}\right) R} g$

U slučaju kada se ne zanemaruje masa kotura, kao u ovom zadatku, u sistem jednačina kojima opisujemo kretanje sistema dodajemo i jednačinu momenta sile koji se dešava u koturu.

Relacija pomoću koje nalazimo vezu između kružnog i translacionog kretanja delova sistema.

Predmet: Fizika 1

Tip vežbi: Računske vežbe

Predmetni asistent: Violeta Stanković

Termin: Osmi (7.5.2021)

$$\begin{aligned}T_1 &= m_1 g - m_1 \frac{d^2 x}{dt^2} = m_1 g - \frac{m_1 - m_2}{(m_1 + m_2 + \frac{m}{2})} g m_1 \\T_2 &= m_2 g + m_2 \frac{d^2 x}{dt^2} = m_2 g + \frac{m_1 - m_2}{(m_1 + m_2 + \frac{m}{2})} m_2 g\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{m_1 + m_2 + m/2 - m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + m/2} m_1 g}{\frac{m_1 + m_2 + m/2 + m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + m/2} m_2 g} =$$
$$= \frac{(2m_2 + m/2) m_1}{(2m_1 + m/2) m_2} = \frac{\frac{1}{2} [4m_2 + m] m_1}{\frac{1}{2} [4m_1 + m] m_2} =$$
$$= \frac{m_1 (4m_2 + m)}{m_2 (4m_1 + m)}$$

* $m \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{m_1 4m_2}{m_2 4m_1} = 1$

$T_1 = T_2$