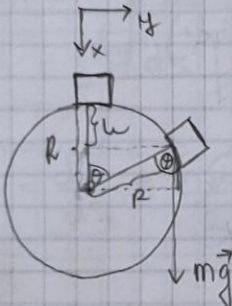


1.

Мало тело клизи са врха лопте. Са које висине h од врха ће се тело одвојити од површине лопте и које ће имати брзину? Просте замислимо.



$$(1) \quad l = R - R \cos \theta = R(1 - \cos \theta)$$

$$(2) \quad \frac{mv^2}{R} = -N + mg \cos \theta$$

$$(3) \quad \frac{mv^2}{2} = mgl$$

$$(2) \quad (3) \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = mgR(1 - \cos \theta)$$

$$\frac{mv^2}{R} = 2mg(1 - \cos \theta)$$

$$mg \cos \theta - N = 2mg(1 - \cos \theta)$$

$$\cos \theta = 2 - 2 \cos \theta$$

$$\cos \theta (1 + 2) = 2$$

$$\cos \theta = \frac{2}{3}$$

$$l = R \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3} R$$

$T - T_0 = U_0 - U$

$$\frac{mv^2}{2} = + mgh = mgl$$

$$= mgl - mgl \cos \theta$$

$$= mgl(1 - \cos \theta) = mgl$$

начин је задрет за унутрашњу лопту

2.

a) Kako visoko iznad površine mora biti izbačena loptica da bi se udarila u zid na visini h i udarila u zid na visini h ?

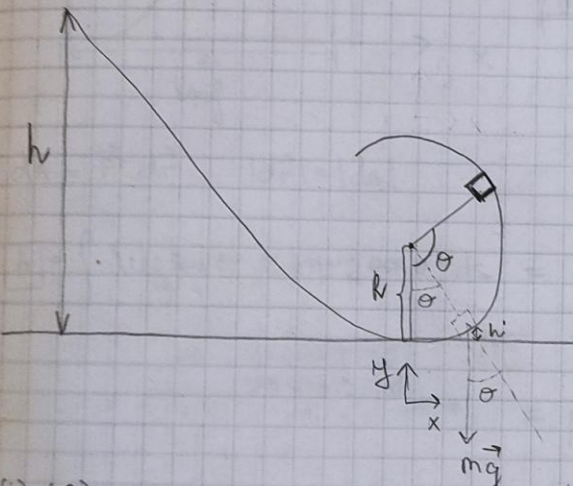
b) Kako visoko mora biti izbačena loptica da bi se udarila u zid na visini h i udarila u zid na visini h ?

a) $h' = h_1 = ?$

(1) $h' = R(1 - \cos \theta)$

(2) $\frac{mv^2}{R} = H - mg \cos \theta$

(3) $\frac{mv^2}{2} = mg(h - h')$



(1) (3) $\Rightarrow$

$$\frac{mv^2}{2} = mg(h - R(1 - \cos \theta))$$

$$\frac{mv^2}{2} = mgR \left(\frac{h}{R} - (1 - \cos \theta) \right)$$

$$\frac{mv^2}{R} = 2mg \left(\frac{h}{R} - (1 - \cos \theta) \right)$$

$$N - mg \cos \theta = 2mg \left(\frac{h}{R} - (1 - \cos \theta) \right)$$

$$2mg \frac{h}{R} - 2mg + 2mg \cos \theta = -mg \cos \theta$$

$$2mg \left(\frac{h}{R} - 1 \right) = -3mg \cos \theta$$

$$2 \frac{h}{R} - 2 = -3 \cos \theta$$

Predmet: Fizika 1

Tip vežbi: Računske vežbe

Predmetni asistent: Violeta Stanković

Termin: Deseti (21.5.2021)

$$3\cos\theta = 2 - 2\frac{u}{R}$$

$$\boxed{\cos\theta = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{u}{R}\right)}$$

$$\begin{aligned} \text{(A)} \Rightarrow u' &= R \left(1 - \frac{2}{3} \left(1 - \frac{u}{R}\right)\right) = \\ &= R - \frac{2}{3}R + \frac{2}{3}u = \\ &= R + \frac{2}{3}(u - R) \end{aligned}$$

$$\delta) u' = 2R$$

$$2R = R + \frac{2}{3}(u - R)$$

$$R = +\frac{2}{3}u - \frac{2}{3}R$$

$$R + \frac{2}{3}R = +\frac{2}{3}u$$

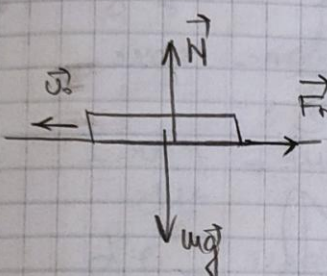
$$\frac{5R}{3} = +\frac{2}{3}u$$

$$5R = 2u \Rightarrow \boxed{u = \frac{5R}{2}}$$

3.

Тело масе $m=1\text{ kg}$ лежи на хоризонталној подлози. Погледом на тело почетком кретања даје дрвца $v_0=1,5\text{ m/s}$. Коэффициент триення између тела и подлоге $\mu=0,27$. Определите среднюю силу сцепления за время крещения тела.

$\mu=0,27$
 $v_0=1,5\text{ m/s}$



$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu g$$

$$\frac{dx}{dt} = -\mu g t + v_0$$

$$x(t) = -\mu g \frac{t^2}{2} + v_0 t$$

$$\bar{P} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \vec{F} \cdot \vec{v} dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} (-\mu m g) (v_0 - \mu g t) dt =$$

$$\# \frac{dx(\tau)}{dt} = 0 \Rightarrow -\mu g \tau + v_0 = 0$$

$$-\mu g \tau = -v_0$$

$$\tau = \frac{v_0}{\mu g}$$

$$\# v = \frac{ds}{dt} \quad a = \frac{dv}{dt}$$

$$ds = v dt \quad dv = a dt \quad \#$$

$$= \frac{1}{\tau} (-\mu m g) v_0 \tau + \frac{1}{\tau} (\mu m g) \cdot \mu g \frac{\tau^2}{2} = -\mu m g v_0 + \frac{\mu^2 g^2 \tau^2}{2} \frac{v_0}{\mu g} =$$

$$= -\mu m g v_0 + \frac{\mu g m v_0}{2} = \boxed{-\frac{\mu g m v_0}{2}}$$

4.

Напомена: једнакост гравитација једнак је 0,05. Сигурно је да се до тога при извођењу формула аутомобил се креће равномерно брзином од 60 km/h. Колика мора бити снага аутомобила да би се кретао на таквом уклону истом брзином. Маса аутомобила је 1,5t.

(1) $m \frac{d^2 x}{dt^2} = G_x - F_{tr,x}$
 $m \frac{d^2 x}{dt^2} = -mg \cos \alpha + N$
 $\Rightarrow N = mg \cos \alpha$

(2) $m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_v - F_{tr} - mg \sin \alpha$
 $m \frac{d^2 x}{dt^2} = N - mg \cos \alpha$
 $\Rightarrow N = mg \cos \alpha$

$\Rightarrow F_v = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha =$
 $= mg (\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$

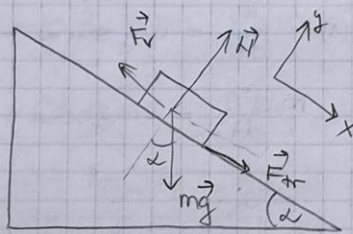
$P = F_v \cdot v = mg v (\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = 2 mg v \sin \alpha$

$u = \frac{H}{L} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$
 $\sin \alpha = u \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$
 $\sin^2 \alpha = u^2 (1 - \sin^2 \alpha)$
 $\sin^2 \alpha + u^2 \sin^2 \alpha = u^2$
 $\sin^2 \alpha (1 + u^2) = u^2$
 $\sin^2 \alpha = \frac{u^2}{1 + u^2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{u}{\sqrt{1 + u^2}}$

$P = 2 mg v \frac{u}{\sqrt{1 + u^2}} = 24\,494,40 \text{ W}$

5.

Аутомобил се креће узбрдо, по напон напон електричног
дрвине од 3 m/s. Ако се он креће и одрадилих енергију,
и. узбрдо, али са истом снагом мотора, досиже
дрвину од 7 m/s. Израчунајте дрвину коју ће имати
за исту снагу мотор при кретању по хоризонталној
писти? (Претпоставимо да буна сила не зависи
од дрвине)



$$v_1 = 3 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 7 \text{ m/s}$$

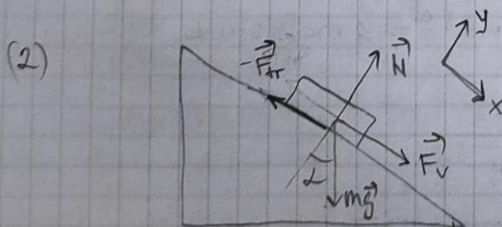
$$v = ?$$

$$(1) \quad m \frac{d^2x}{dt^2} = \mu N - F_v$$

$$F_v = mg \sin \alpha + \mu N = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = \mu g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = N - mg \cos \alpha \Rightarrow N = mg \cos \alpha$$

$$\Rightarrow P = mg v_1 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$



$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_v - \mu N + mg \sin \alpha$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = N - mg \cos \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_v = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha = \mu g (\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$$

$$\Rightarrow P = mg v_2 (\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$$

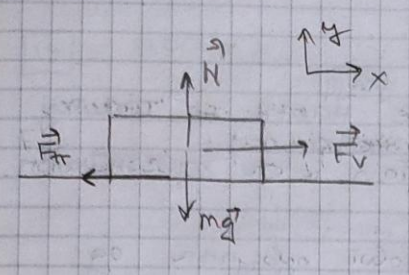
Predmet: Fizika 1

Tip vežbi: Računske vežbe

Predmetni asistent: Violeta Stanković

Termin: Deseti (21.5.2021)

3°


$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_v - \mu N$$
$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = N - mg$$
$$\Rightarrow N = mg$$
$$\Rightarrow F_v = \mu mg$$
$$\Rightarrow P = \mu mg v$$
$$v = \frac{P}{\mu mg}$$

$\mu = ?$

$$v_1 \mu g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = v_2 \mu g (\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$$
$$v_1 \sin \alpha + \mu v_1 \cos \alpha = \mu v_2 \cos \alpha - v_2 \sin \alpha$$
$$\mu (v_1 \cos \alpha - v_2 \cos \alpha) = -v_1 \sin \alpha - v_2 \sin \alpha \quad / \cdot (-1)$$
$$\mu \cos \alpha (v_2 - v_1) = \sin \alpha (v_1 + v_2)$$
$$\mu = \frac{\sin \alpha (v_1 + v_2)}{\cos \alpha (v_2 - v_1)}$$
$$v = \frac{mg v_1 (\sin \alpha + \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha} \frac{(v_1 + v_2)}{(v_2 - v_1)})}{mg \frac{\sin \alpha (v_1 + v_2)}{\cos \alpha (v_2 - v_1)}} = \frac{v_1 \cos \alpha (v_2 - v_1) [\sin \alpha + \sin \alpha \frac{(v_1 + v_2)}{(v_2 - v_1)}]}{\sin \alpha (v_1 + v_2)}$$
$$= \frac{v_1 \cos \alpha [\cancel{\sin \alpha v_2} - \cancel{\sin \alpha v_1} + \cancel{\sin \alpha v_1} + \sin \alpha v_2]}{\sin \alpha (v_1 + v_2)} =$$
$$= \frac{2 v_1 \cos \alpha \cancel{\sin \alpha} v_2}{\cancel{\sin \alpha} (v_1 + v_2)} = \frac{2 v_1 v_2 \cos \alpha}{v_1 + v_2} \approx 1 \leftarrow \begin{array}{l} \mu \text{ sigurno je petetno} \\ \text{ga je nam namo} \end{array}$$
$$\approx \frac{2 v_1 v_2}{v_1 + v_2} = 4,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

6.

1) Кроз мали отвор бојичи полуцилиндрична $r=1\text{ cm}$ испушта воду.

- Наћи донети млаза воде ако се отвор налази на $h=100\text{ cm}$ изнад дна, а струја је хоризонтална водом до $H=269\text{ cm}$
- Наћи положај новог отвора на струји који окретаће максимални донети млаз.
- Наћи проток воде кроз мали отвор при максималној донети млаза.

Хидростатички притисак 3005
Висинске разлике
спонтанно протече

Окренути притисак
3005
Спонтанно сила

1) $\neq p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$

Окренути притисак

$p_1 = p_2 = p_a$

$h_1 = H$

$h_2 = h$

$v_2 \gg v_1$

$v_1 \approx 0$

$\Rightarrow v_2 \equiv v$

$\Rightarrow p_a + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g(H-h) = p_a + \frac{\rho v_2^2}{2}$

$\rho g(H-h) = \frac{\rho v^2}{2}$

$v = \sqrt{2g(H-h)}$

Ториселова теорема:

Дужина испуштања млаза из ширине и отвореног краја атмосфере, струја кроз мали отвор, који се налази на вертикалној расцепу $H-h$ од отворе сподобне површине једнака је дужини сподобног вода млаз са исте висине

2) $m \frac{d^2 x}{dt^2} = 0$

$\frac{dx}{dt} = v$

$x(t) = vt$

$y(t) = -\frac{g}{2} t^2$

$y(t) = -\frac{g}{2} t^2$

$\Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$\Rightarrow [D] = x(\tau) = v \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2g(H-h)} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} =$

$= \sqrt{4h(H-h)}$

Predmet: Fizika 1

Tip vežbi: Računske vežbe

Predmetni asistent: Violeta Stanković

Termin: Deseti (21.5.2021)

$$D(h') = D(h)_{\min} ?$$

$$\left. \frac{dD}{dh} \right|_{h=h'} = 0$$

$$\cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \frac{H - 2h'}{\sqrt{h'(H-h')}} = 0$$

$$H - 2h' = 0$$

$$H = 2h'$$

$$h' = \frac{H}{2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow D(h') &= 2 \sqrt{\frac{H}{2} \left(H - \frac{H}{2} \right)} = \\ &= 2 \sqrt{\frac{H}{2} \left(\frac{H}{2} \right)} = \\ &= 2 \cdot \sqrt{\frac{H^2}{4}} = \cancel{2} \cdot \frac{H}{\cancel{2}} = \boxed{H} \end{aligned}$$

$$\boxed{Q} = S \cdot v = r^2 \bar{v} \sqrt{2g \left(H - \frac{H}{2} \right)} = r^2 \bar{v} \sqrt{gH} = \boxed{1614 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}$$