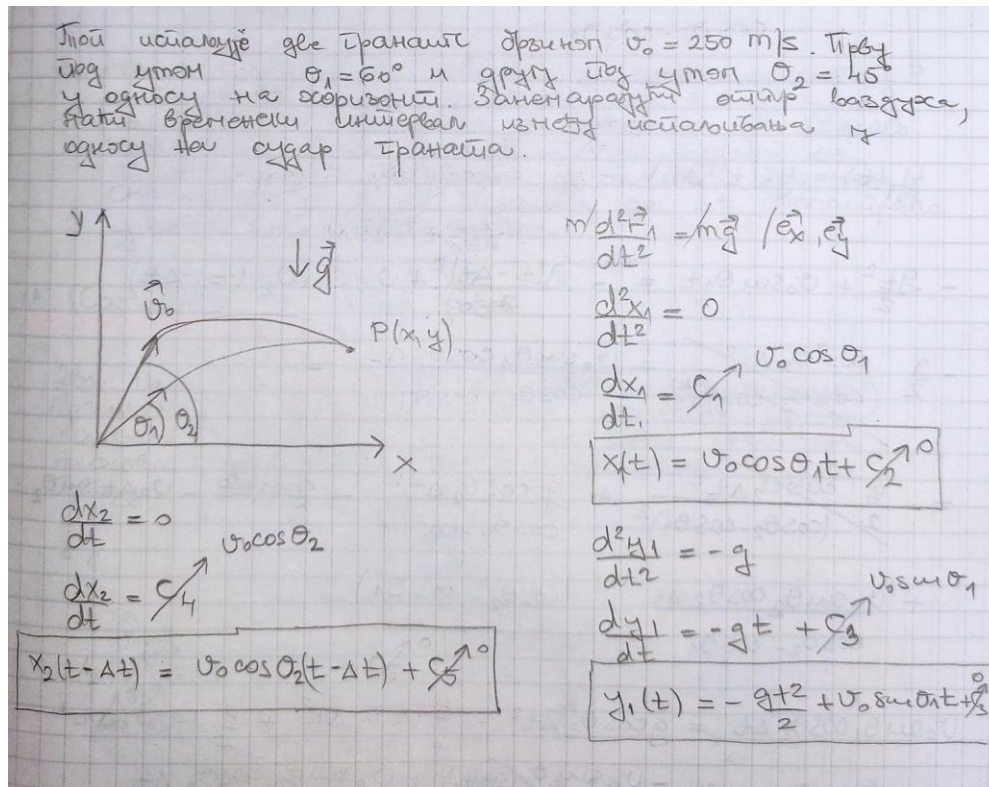


1.



- Određene su x i y komponente radijus vektora obe ispaljene rakete polazeći od II Njutnovog zakona.
- U trenutku sudara x i y komponente oba tela moraju biti jednake.

Predmet: Fizika 1

Tip vežbi: Računske vežbe

Predmetni asistent: Violeta Stanković

Termin: Šesti (16.4.2021)

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_2}{dt^2} &= -g \\ \frac{dy_2}{dt} &= -g(t - \Delta t) + \cancel{v_0 \sin \theta_2} \\ y_2(t - \Delta t) &= -\frac{g}{2}(t - \Delta t)^2 + \cancel{v_0 \sin \theta_2 (t - \Delta t)} \end{aligned}$$

$x_1(t) = x_2(t - \Delta t)$ - y u početnom ciljanu

$$\begin{aligned} v_0 \cos \theta_1 t &= v_0 \cos \theta_2 (t - \Delta t) \\ \cos \theta_1 t - \cos \theta_2 t &= -\cos \theta_2 \Delta t \\ t(\cos \theta_2 - \cos \theta_1) &= \cos \theta_2 \Delta t \\ t &= \frac{\cos \theta_2 \Delta t}{\cos \theta_2 - \cos \theta_1} \end{aligned}$$

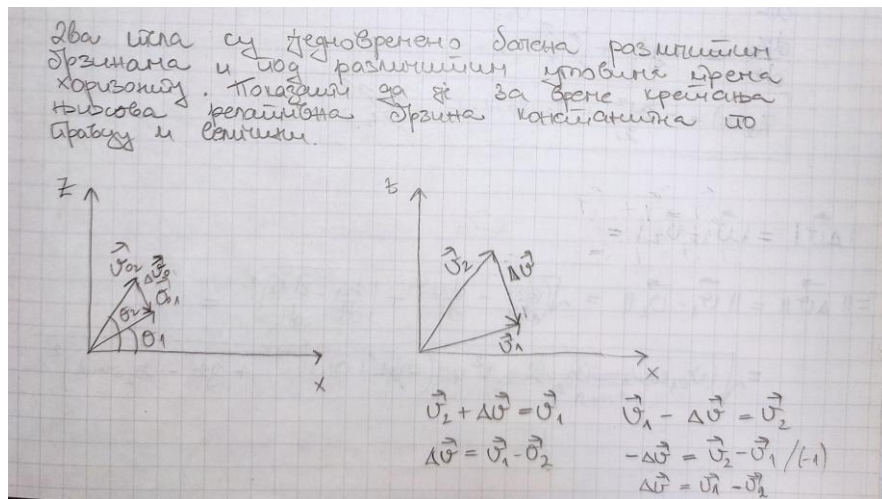
$y_1(t) = y_2(t - \Delta t)$ - y u početnom ciljanu

$$\begin{aligned} -\frac{g}{2}t^2 + v_0 \sin \theta_1 t &= -\frac{g}{2}(t - \Delta t)^2 + \cancel{v_0 \sin \theta_2 (t - \Delta t)} \\ -\frac{g}{2} \frac{\cos^2 \theta_2 \Delta t^2}{(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)^2} + \frac{v_0 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \Delta t}{\cos \theta_2 - \cos \theta_1} &= \\ = -\frac{g}{2} \frac{\cos^2 \theta_2 \Delta t^2}{(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)^2} + \frac{g \cos \theta_2 \Delta t^2}{\cos \theta_2 - \cos \theta_1} - \frac{g}{2} \Delta t^2 - v_0 \Delta t \sin \theta_2 \\ + \frac{v_0 \sin \theta_2 \cos \theta_2 \Delta t}{\cos \theta_2 - \cos \theta_1} &/ (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} v_0 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \Delta t &= g \cos \theta_2 \Delta t^2 - \frac{g}{2} \cos \theta_2 \Delta t^2 + \frac{g}{2} \cos \theta_1 \Delta t^2 \\ &- v_0 \sin \theta_2 \cos \theta_2 \Delta t + v_0 \sin \theta_2 \cos \theta_2 \Delta t \\ &+ v_0 \sin \theta_2 \sin \theta_1 \Delta t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_0 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \Delta t - v_0 \sin \theta_2 \cos \theta_1 \Delta t &= \frac{g}{2} \cos \theta_2 \Delta t^2 + \frac{g}{2} \cos \theta_1 \Delta t^2 \\ v_0 \Delta t (\sin(\theta_1 - \theta_2)) &= \frac{g}{2} \Delta t^2 (\cos \theta_2 + \cos \theta_1) \\ 2v_0 \Delta t \sin(\theta_1 - \theta_2) &= g \Delta t^2 (\cos \theta_2 + \cos \theta_1) \\ \Delta t [g \Delta t (\cos \theta_2 + \cos \theta_1) - 2v_0 \sin(\theta_1 - \theta_2)] &= 0 \\ \Delta t &= \frac{2v_0 \sin(\theta_1 - \theta_2)}{g(\cos \theta_2 + \cos \theta_1)} \\ \Rightarrow \Delta t &\approx 10,302 \text{ s} \end{aligned}$$

Konsultacije petkom na mejl violeta.stankovic@ff.bg.ac.rs u terminu od 12h do 14h.

2.



$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = \frac{d^2 z_1}{dt^2} = -g$$

$$\frac{dx_1}{dt} = v_{01} \cos \alpha_1$$

$$x_1(t) = v_{01} \cos \alpha_1 t + \vec{c}_1^0$$

$$\frac{dz_1}{dt} = -gt + \vec{c}_3^0$$

$$z_1(t) = -\frac{gt^2}{2} + v_{01} \sin \alpha_1 t + \vec{c}_4^0$$

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} = 0$$

$$\frac{dx_2}{dt} = v_{02} \cos \alpha_2$$

$$x_2(t) = v_{02} \cos \alpha_2 t + \vec{c}_5^0$$

$$\frac{dz_2}{dt} = -gt + \vec{c}_7^0$$

$$z_2(t) = -\frac{gt^2}{2} + v_{02} \sin \alpha_2 t + \vec{c}_8^0$$

$$|\Delta \vec{v}| = |\vec{v}_1 - \vec{v}_2| =$$

$$= \|\Delta \vec{v}\| = \|\vec{v}_1 - \vec{v}_2\| = \sqrt{\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz_1}{dt} - \frac{dz_2}{dt}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{(v_{01} \cos \alpha_1 - v_{02} \cos \alpha_2)^2 + (-gt + v_{01} \sin \alpha_1 + gt - v_{02} \sin \alpha_2)^2}$$

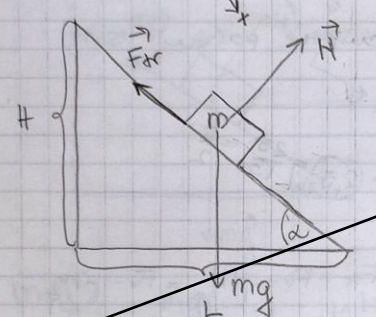
Vidimo da je relativna brzina konstanta po veličini (intenzitetu) jer zavisi od konstanti a ne od promenljivih. S tim u vezi konstantna je i po pravcu.

3.

Ravnomerna brzina kretanja tela je uslov zadatka koji koristimo u rešavanju

1° Нагиб једног дела пута износи 0,05. Аутомобил се по нагибу при искљученом мотору аутоматички се креће равномерно брзином од 50 км/ч. Колико је износила бучна сила мотора ако бисе аутомобил крећаш 90 км/ч истим условима истом брзином? (Маса аутомобила је 1т)

→ једнако

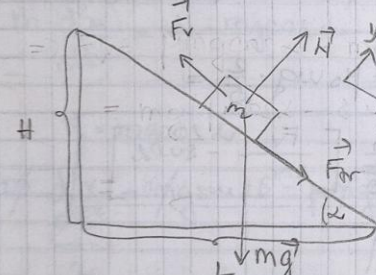


(1) $m \frac{d^2x}{dt^2} = 0 = -\mu N + mg \sin \alpha$

(2) $m \frac{d^2y}{dt^2} = 0 = N - mg \cos \alpha$

(2) $\Rightarrow N = mg \cos \alpha$

(1) $\Rightarrow \mu / \cos \alpha = \sin \alpha$



(1) $m \frac{d^2x}{dt^2} = 0 = +\mu N - F_v + mg \sin \alpha$

(2) $m \frac{d^2y}{dt^2} = 0 = N - mg \cos \alpha$

(2) $\Rightarrow N = mg \cos \alpha$

(1) $\Rightarrow F_v = \mu N + mg \sin \alpha =$
 $= \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha =$
 $= mg (\mu \cos \alpha + \sin \alpha) =$
 $= mg \left(\mu \frac{\sin \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right) =$
 $= 2 \sin \alpha mg = \frac{2u}{\sqrt{1+u^2}} mg$
 $= 9,945 \text{ N}$

$u = \frac{H}{L \cos \alpha}$

$\sin \alpha = u \cos \alpha =$
 $= u \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} / 2$
 $\sin^2 \alpha = u^2 (1 - \sin^2 \alpha)$
 $\sin^2 \alpha + u^2 \sin^2 \alpha = u^2$
 $\sin^2 \alpha (1 + u^2) = u^2$
 $\sin^2 \alpha = \frac{u^2}{1 + u^2}$
 $\sin \alpha = \frac{u}{\sqrt{1 + u^2}}$

Nemamo kretanje po y osi, dakle kretanje se vrši samo po x osi.

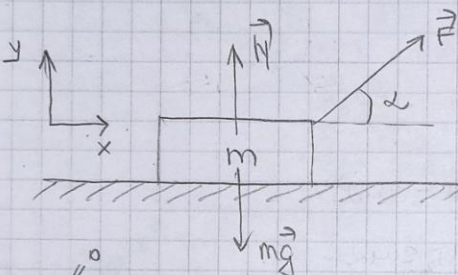
Nagib puta jeste tangens ugla α .

Sile koje deluju na telo projektujemo na ose sistema u odnosu na koji posmatramo kretanje tela. Vodimo računa na predznak projekcije u zavisnosti od toga da li je projekcija vektora istog ili suprotnog smera u odnosu na smer ose sistema.

4.

Ug početnog intervala $t=0$ sila $F=at$ deluje na telo mase m koje se nalazi na horizontalnoj površini (a je konstantna). Sila deluje pod uglom α sa horizontalom. Naći:

- Brzinu tela u momentu trenutnog odvajanja od podloge.
- Put koji telo pređe do tog momenta.



$F = at$

$t = t_0$ - trenutak odvajanja od podloge u odnosu na početni interval

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = N - mg + F \sin \alpha$$

$$-N = -mg + at \sin \alpha$$

$$N = mg - at \sin \alpha$$

u trenutku odvajanja tela od podloge

$$0 = -mg = -at_0 \sin \alpha$$

$$t_0 = \frac{mg}{a \sin \alpha}$$

$$F_x = m \frac{dv_x}{dt} = at \cos \alpha$$

$$m dv_x = at \cos \alpha dt \quad \Big| \int$$

$$m \int_0^v dv_x = \int_0^{t_0} at \cos \alpha dt$$

$$mv = a \frac{t_0^2}{2} \cos \alpha$$

Ključna tačka jeste naći trenutak odvajanja tela od podloge. Integral brzine kao i integral puta koje telo pređe do tog trenutka zavisi upravo od tog vremenskog intervala.

Predmet: Fizika 1

Tip vežbi: Računske vežbe

Predmetni asistent: Violeta Stanković

Termin: Šesti (16.4.2021)

$$\boxed{v} = \frac{a \cos \alpha t_0^2}{2m} = \frac{g \cos \alpha}{2 \mu} \cdot \frac{m^2 g^2}{a^2 \sin^2 \alpha} =$$
$$= \boxed{\frac{m g^2 \cos \alpha}{2 a \sin^2 \alpha}}$$

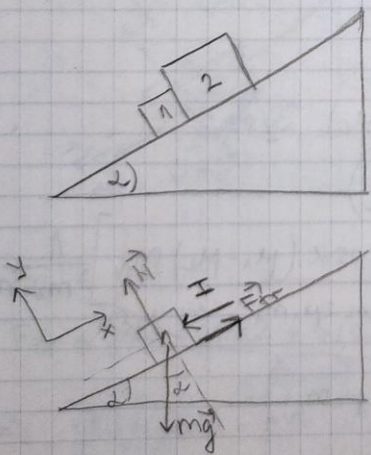
$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow ds = v dt$$
$$\boxed{s} = \int_0^{t_0} v dt = \int_0^{t_0} \frac{a \cos \alpha t^2}{2m} dt =$$
$$= \frac{a \cos \alpha}{2m} \frac{t_0^3}{3} = \frac{g \cos \alpha}{2 \mu} \frac{m^2 g^3}{3 a^3 \sin^3 \alpha} =$$
$$= \boxed{\frac{m^2 g^3 \cos \alpha}{2 \mu a^3 \sin^3 \alpha}}$$

5.

Na sliku radan nalazi se posmatrane su dve
uz grupu gde one. Mase ploče su m_1 i m_2
koeficijent trenja između ploče i površine su
 μ_1 i μ_2 ($\mu_1 > \mu_2$). Određujemo:

a) Sliku uslova koje ploče su kretanju.
b) Minimalnu vrednost ugla α pri koji ploče
krenuće.

$m_1; m_2$
 $\mu_1; \mu_2$ ($\mu_1 > \mu_2$)
 $I = ?$



(1) $m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -m g \sin \alpha + \mu_1 N - I$

$m \frac{d^2 y_1}{dt^2} = 0 = N - m g \cos \alpha \Rightarrow N = m g \cos \alpha$

Kretanje obe ploče posmatramo u odnosu
na isti koordinatni sistem.

(2)

Diagram showing two blocks on an inclined plane with angle α . Block 1 (mass m_1) is above Block 2 (mass m_2). Forces shown include gravity ($m_2 g$), normal force (N), friction (F_{fr}), and interaction force (I).

Equations for Block 2:

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -m_2 g \sin \alpha + \mu_2 N + I$$

$$m_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} = N - m_2 g \cos \alpha$$

$$\Rightarrow N = m_2 g \cos \alpha$$

Coordinate x_2 of the second block is measured from the coordinate origin for the sum of the length of the first block and the coordinate of the first block (i.e., the distance of the first block from the coordinate origin).

Equation for Block 1:

$$\Rightarrow x_2 = x_1 + L \quad \frac{d^2}{dt^2}$$

Equation for Block 2 (after substituting N):

$$-\cancel{\frac{m_2 g \sin \alpha}{m_2}} + \mu_2 \cancel{\frac{m_2 g \cos \alpha}{m_2}} - \frac{I}{m_1} = -\cancel{\frac{m_2 g \sin \alpha}{m_2}} + \mu_2 \cancel{\frac{m_2 g \cos \alpha}{m_2}} + \frac{I}{m_2}$$

Equation for Block 1:

$$\mu_1 g \cos \alpha - \frac{I}{m_1} = \mu_2 g \cos \alpha + \frac{I}{m_2}$$

Equation for Block 2:

$$-I \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) = \mu_2 g \cos \alpha - \mu_1 g \cos \alpha$$

Equation for Block 1:

$$I \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \right) = g \cos \alpha (\mu_1 - \mu_2)$$

Equation for Block 2:

$$I = \frac{g \cos \alpha (\mu_1 - \mu_2)}{\left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \right)}$$

Sila interakcija

Equation for Block 2 (final acceleration):

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} = -g \sin \alpha + \mu_2 g \cos \alpha + \frac{g \cos \alpha (\mu_1 - \mu_2)}{\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}} =$$

$$= g \left[-(m_1 + m_2) \sin \alpha + \mu_2 \cos \alpha (m_1 + m_2) + \frac{\cos \alpha (\mu_1 - \mu_2) m_1}{\mu_2 \cos \alpha m_1 + \mu_2 \cos \alpha m_2} \right] \frac{1}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{g}{m_1 + m_2} \left[-(m_1 + m_2) \sin \alpha + \cos \alpha (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) \right]$$

Predmet: Fizika 1

Tip vežbi: Računske vežbe

Predmetni asistent: Violeta Stanković

Termin: Šesti (16.4.2021)

$\frac{d^2\alpha}{dt^2} \leq 0$ - kada se telo kretalo (jer je osušen okrenuti na gore, a ne na dole)

$$\frac{g}{m_1+m_2} \left[-(m_1+m_2) \sin \alpha + \cos \alpha (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) \right] \leq 0$$
$$-(m_1+m_2) \sin \alpha \leq -(\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) \cos \alpha \quad / \cdot (-1)$$
$$\frac{1}{\sin} \alpha \geq \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2}$$
$$\alpha \geq \arcsin \left(\frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2} \right)$$

Ubrzanje mora da bude veće od nule da bi se telo kretalo, samo je znak „manje il jednako“ zbog orijentacije koordinatnog sistema u odnosu na koji posmatramo kretanje tela.

Sistem u odnosu na koji posmatramo kretanje ploča je orijentisan suprotno od kretanja ploča. S tim u vezi korsitimo znak „manje il jednako“.