

1.

Из тачке А, која се налази на путу, потребно је за најкраће време аутомобилом стигнути у тачку В која се налази у пољу на растојању l од пута. Познато је да је брзина аутомобила по путу v и у пољу $\frac{v}{n}$. На ком растојању од тачке Д треба скренути са пута.

Узети да је тачка Д ортогонална на путу и тачку В.

$S(x)$ пут: v
 $\downarrow$
 $S(t)$
 $\downarrow$
 $t(x)$ итражи о екстремуму
 $\downarrow$
 $\frac{dt(x)}{dx} = 0 \Rightarrow x = ?$

$S(x) = (L-x) + \sqrt{l^2 + x^2}$
 $L-x = vt_1$
 $\sqrt{l^2 + x^2} = \frac{v}{n}t_2$

$\Rightarrow S(t) = vt_1 + \frac{v}{n}t_2$

x колико си рашта од тачке Д

sugestija

Glavni problem zadatka jeste pronaći funkciju koja će zavisiti od promenljive koja figuriše u našem zadatku kao „rastojanje“. Dakle, potrebno je pronaći najkraće vreme t (u zavisnosti od rastojanja) koje je potrebno kako bi automobil stigao iz tačke A u tačku B. Najkraće vreme ćemo pronaći tako što primenimo prvi izvod (dakle tražimo ekstremum funkcije vremena) na funkciju vremena a potom isti izjednačimo sa nulom. Na taj način dobijamo rastojanje za koje će vremenski interval kretanja tela biti najkraći.

Najpre, potrebno je da pronađemo izraz za vreme t odnosno koje sve veličine figurišu u istom. Dakle, ukupan vremenski interval kretanja tela jednak je zbiru vremena t_1 koje odgovara kretanju tela po putu i vremena t_2 koje odgovara vremenu kretanja tela po polju. Nakon pronalaženja izraza za vreme t , primenjujemo prvi izvod na izraz, po promenljivoj x koja je nama od interesa.

Predmet: Fizika 1

Tip vežbi: Računske vežbe

Predmetni asistent: Violeta Stanković

Termin: Treći (26.3.2021)

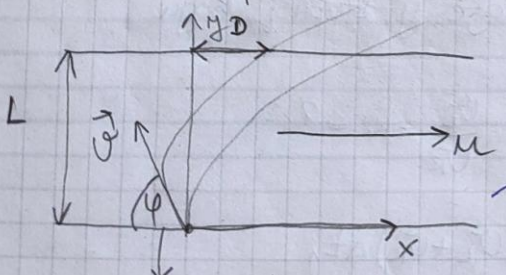
$$t = t_1 + t_2 = \frac{L-x}{c} + \frac{u}{c} \sqrt{e^2 + x^2}$$
$$= \gamma^{-1} \left[L-x + \frac{u}{c} (\sqrt{e^2 + x^2}) \right] \quad \leftarrow \text{Izraz za vreme } t$$
$$\frac{dt(x)}{dx} = \gamma^{-1} \left[-1 + \frac{u}{c} \frac{1}{\sqrt{e^2 + x^2}} \cdot 2x \right] =$$
$$= \gamma^{-1} \left[-1 + \frac{ux}{\sqrt{e^2 + x^2}} \right] = 0 \quad \leftarrow \text{Primena prvog izvoda na izraz za vreme, } t.$$
$$\gamma^{-1} \left[-1 + \frac{ux}{\sqrt{e^2 + x^2}} \right] = 0 \quad | \cdot \gamma$$
$$-1 + \frac{ux}{\sqrt{e^2 + x^2}} = 0$$
$$ux = \sqrt{e^2 + x^2} \quad |^2$$
$$u^2 x^2 = e^2 + x^2$$
$$x^2(u^2 - 1) = e^2$$
$$x^2 = \frac{e^2}{u^2 - 1} \Rightarrow x = \pm \frac{e}{\sqrt{u^2 - 1}}$$

узимамо позитивну
вредност јер
метаболна није
функција изабора #

$e > 0$
 $u > 0$ } по услову
задачи

2.

Чамцу се у односу на воду реке креће брзином u која је n пута мања од брзине реке. Паз којим путању чамца треба да држи курс у односу на правац тока реке да би заточене чамца постојан реке био минимално.



смер је могуће изабрати јер се у претходној задаци показало да је $\frac{dD(\varphi)}{d\varphi} = 0$ - сјајно екстремум φ је како бисмо добили угао при мин. заточену

$\frac{u}{v} = \frac{1}{n} \Rightarrow u = \frac{v}{n}$

$D(\varphi)$ - хоризонтални пут којим пређе чамца

$\frac{dD(\varphi)}{d\varphi} = 0$ - сјајно екстремум φ је како бисмо добили угао при мин. заточену

$$D = (u - v \cos \varphi) t$$

$$L = v \sin \varphi t \Rightarrow t = \frac{L}{v \sin \varphi}$$

$$\Rightarrow D = (u - v \cos \varphi) \frac{L}{v \sin \varphi} = \frac{Lu}{v \sin \varphi} - \frac{vL \cos \varphi}{v \sin \varphi} =$$

$$= \frac{Lu}{\sin \varphi} - L \cot \varphi$$

$$\frac{dD(\varphi)}{d\varphi} = Lu \left(-\frac{1}{\sin^2 \varphi} \right) \cdot \cos \varphi - L \left(-\frac{1}{\sin^2 \varphi} \right) = 0$$

$$-\frac{Lu \cos \varphi}{\sin^2 \varphi} + \frac{L}{\sin^2 \varphi} = 0 \quad / : L$$

$$\frac{u \cos \varphi}{\sin^2 \varphi} = \frac{1}{\sin^2 \varphi}$$

$$u \cos \varphi \sin^2 \varphi = \sin^2 \varphi$$

$$u \cos \varphi = 1$$

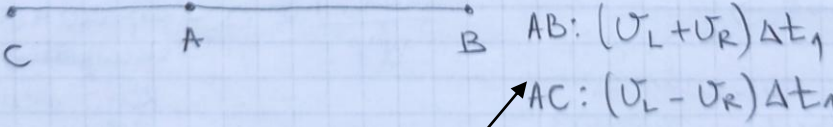
$$\cos \varphi = \frac{1}{u}$$

$$\boxed{\varphi = \arccos \frac{1}{u}}$$

Vreme kretanja nam je nepoznato pa ga izražavamo preko poznatih vrelčina i promenljive koja je u ovom slučaju ugao skretanja.

3.

Са пристаништа А, узводно и низводно по реку
полазе две једнаке латве и стижу у прч пристаништа
С и В. За исти интервал времена, за одраш
повратак латве В у А непосредно је 1,5 пута дужи
време од повратака друге латве из С у А.
Колико је пута већа брзина латве у мирној води
од брзине реке?

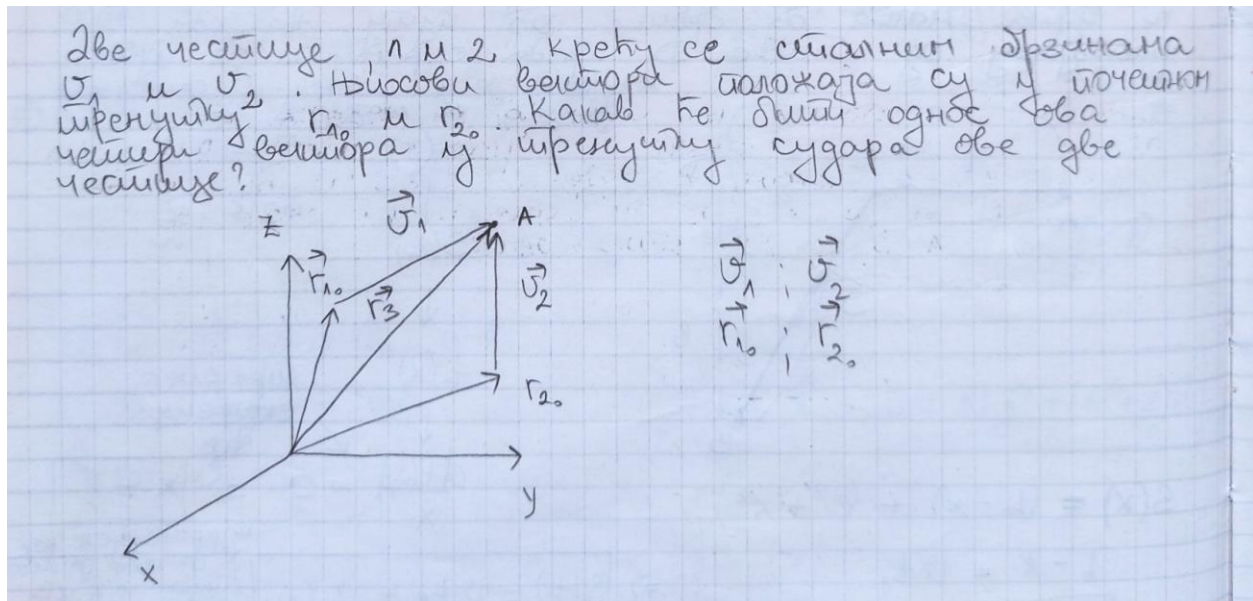
$$\frac{v_L}{v_R} = K = ?$$


AB: $(v_L + v_R) \Delta t_1$
AC: $(v_L - v_R) \Delta t_1$

Za početak potrebno je naći izraze za pređeni put od tačke A do tačke B i od tačke A do tačke C, prateći uslove zadatka.

Zatim izjednačiti izraze za pređeni put od tačke A do tačke C i od tačke C do tačke A (isto uraditi i za rastojanje između tačaka A i B). Na taj način dobijamo sistem jednačina koje je potrebno rešiti na već poznat način. Rešavanjem sistema jednačina dobijamo kvadratnu jednačinu čije jedno rešenje uzimamo u obzir iz fizičkih razloga.

4.



$$\vec{v}_1 = \frac{d\vec{r}_1}{dt} \Rightarrow d\vec{r}_1 = \vec{v}_1 dt$$

$$\vec{r}_1 = \int \vec{v}_1 dt = \vec{v}_1 t_1 + \vec{r}_{10}$$

$$\boxed{\vec{r}_1 = \vec{v}_1 t_1 + \vec{r}_{10}}$$

$$\boxed{\vec{r}_2 = \vec{v}_2 t_2 + \vec{r}_{20}}$$

$\vec{r}_1(t) = \vec{r}_2(t)$ - услов да се честице сударе

$\vec{v}_1 t + \vec{r}_{10} = \vec{v}_2 t + \vec{r}_{20}$

$\vec{v}_1 t - \vec{v}_2 t = \vec{r}_{20} - \vec{r}_{10}$

1) $t(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) = \vec{r}_{20} - \vec{r}_{10} \Rightarrow$ 2) $t = \frac{|\vec{r}_{20} - \vec{r}_{10}|}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|}$ - време судара две честице

$\Rightarrow \frac{|\vec{r}_{20} - \vec{r}_{10}|}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) = \vec{r}_{20} - \vec{r}_{10}$

$\frac{(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|} = \frac{(\vec{r}_{20} - \vec{r}_{10})}{|\vec{r}_{20} - \vec{r}_{10}|}$ - судар честица је једнакости орта и судар ће се десити ако су ортови једнаки

брзина тела 2 у односу на тело 1

јединични вектор вектора $\Delta \vec{v}$

$$\vec{e}_{\Delta \vec{v}} = \frac{\Delta \vec{v}}{|\Delta \vec{v}|}$$

$\vec{b} = \alpha \vec{a} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \perp \alpha \vec{a} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{a}$ су колинеарни вектори (вектор) истих правца, а разликују енергију и интензитет

вектор положаја тела 1 у односу на тело 2

5.

Посматрач који стоји на платформи примећује да је први вагон експерименталног воза приближавајући се станици, прошао поред њега за време од 4s, а други за време од 5s. Преглед крај воза закључава се на растојању 75 m од посматрача, снапљивши да се кретање воза једнако убрзано, одређити његово убрзање.

* вагони који су први 1. и 2. вагон су једнаки јер су вагони исте димензије

$t_1 = 4s$
 $t_2 = 5s$
 $s = 75 m$
 $a = ?$

$(1) l_1 = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2}$
 $(2) l_2 = v_0' t_2 - \frac{at_2^2}{2}$
 $(3) s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$
 $(4) v = v_0 - at$

када је воз синас он је у одстоу на посматрача прешао неки пут s

$(4) \Rightarrow v = 0$
 $0 = v_0 - at$
 $t = \frac{v_0}{a}$

$(4) \rightarrow (3)$
 $\Rightarrow s = v_0 \frac{v_0}{a} - \frac{a \frac{v_0^2}{a^2}}{2} = \frac{v_0^2}{a} - \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2a}$

$v_0 = \sqrt{2as}$

* почетна брзина преглед је за воза - као и први вагон јер су код експерименталног воза сирни *

$(2) \Rightarrow l_2 = (v_0 - at_1) t_2 - \frac{at_2^2}{2}$
 * почетна брзина 2. вагона је брзина 1. вагона јер воз једнако убрзано а они су сирни *

$(1) = (2)$
 $\Rightarrow v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} = (v_0 - at_1) t_2 - \frac{at_2^2}{2}$

$\sqrt{2as} t_1 - \frac{at_1^2}{2} = \sqrt{2as} t_2 - at_1 t_2 - \frac{at_2^2}{2}$
 $\sqrt{a} \left[\frac{t_1^2 a}{2a} + \frac{a}{a} t_1 t_2 + \frac{a}{a} \frac{t_2^2}{2} \right] = \sqrt{a} \sqrt{s} [t_2 - t_1]$
 $\sqrt{a} = \frac{\sqrt{2s} [t_2 - t_1]}{[-t_1/2 + t_1 t_2 + t_2^2/2]}$

6.

Купица се креће одозго. Наћице по сирмој рабни. На растојању 30 см од почетка сирне рабни. Купица се нађе два пута; после 1. секунде и после 2. секунде од почетка крајња. Наћи почетну брзину и убрзање крајња купике. Убрзање стабилног континуирано.

$s = 30 \text{ cm}$
 $t_1 = 1 \text{ s}$
 $t_2 = 2 \text{ s}$
 $v_0 = ?$
 $a = ?$

1° $s(t_1) = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2}$
 $\Rightarrow v_0 t_1 = s(t_1) + \frac{at_1^2}{2}$
 $v_0 = \frac{s}{t_1} + \frac{at_1^2}{2}$

2° $s(t_2) = v_0 t_2 - \frac{at_2^2}{2}$
 $\Rightarrow s = s \frac{t_2}{t_1} + \frac{at_1^2 t_2}{2} - \frac{at_2^2}{2} =$
 $= s \frac{t_2}{t_1} + a \left(\frac{t_1^2 t_2}{2} - \frac{t_2^2}{2} \right)$
 $a \left(\frac{t_1^2 t_2}{2} - \frac{t_2^2}{2} \right) = s - s \frac{t_2}{t_1} = s \left(1 - \frac{t_2}{t_1} \right)$
 $a = \frac{s \left(1 - \frac{t_1}{t_2} \right)}{\frac{t_1^2 t_2 - t_2^2}{2}} = \frac{2s(t_2 - t_1)}{t_2(t_1^2 t_2 - t_2^2)}$
 $= -30 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$

$|a| = 30 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \quad \wedge \quad a = -30 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$

Put koji pređe telo nakon 1s, i nakon 2s kada se nađe u istoj tački, po uslovu zadatka. Pređeni put posmatramo u odnosu na koordinatni početak referentnog sistema u odnosu na koga posmatramo kretanje tela.

Domaći zadatak za samostalan rad: Izračunati početnu brzinu u zadatku!!

Predmet: Fizika 1

Tip vežbi: Računske vežbe

Predmetni asistent: Violeta Stanković

Termin: Treći (26.3.2021)

Domaći zadatak:

1. Automobil se kreće 20 km u pravcu severa a zatim 35 km pod istim uglom od 60 stepeni u odnosu na sever, prema zapadu. Odrediti dužinu i pravac konačnog pomeraja automobila u odnosu na početni položaj.

(Sugestija: koristiti kosinusnu i sinusnu teoremu!!)