Fakultet za Fizicku Hemiju
Predmet: Fizika 1
Tip vezbi: Racunske vezbe
Asistent: Violeta Stankovic
Datum: 8. maj 2020.

ZADACI (TERMIN 8. MAJ 2020.)

1. **Malo telo klizi sa vrha lopte naniže. Sa koje visine h u odnosu na vrh će se telo odvojiti od površine lopte i poleteti naniže?**

2. **Malo telo klizi niz strmu ravan koja prelazi u mrtvu petlju čiji je poluprečnik R. Sa koje visine h_1 će pasti telo ako mu je početna visina jednaka h? Kolika treba da bude visina h da bi telo načinilo potpunu petlju u vertikalnoj ravni ne padajući naniže?**

3. **Pločica mase m= 1 kg leži na horizontalnoj podlozi. Udarcem joj je, u početnom trenutku, data brzina od 1.5 m/s. Koeficijent trenja između pločice i podloge je μ=0.27. Odrediti srednju snagu sile trenja za vreme kretanja pločice.**

4. **Nagib jednog dela puta jednak je 0.05. Spuštajući se po nagibu, pri isljučenom motoru, automobil se kreće ravnomerno brzinom od 60 km/h. Kolika mora biti snaga automobila da bi se kretao na istom takvom usponu jednakom brzinom. Masa autobmobila je 1.5 t.**

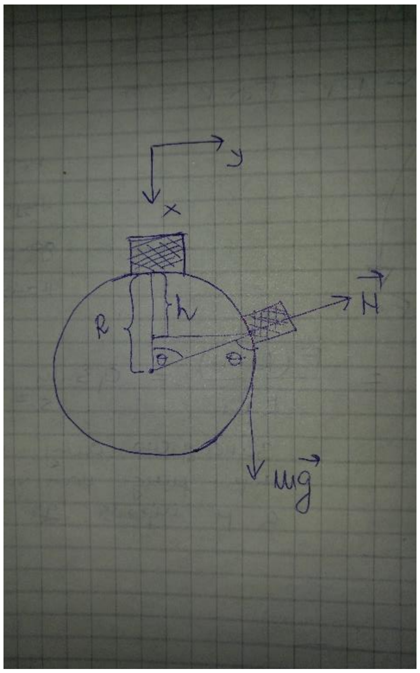
5. **Automobil se kreće uzbrdo, po malom nagibu, stalnom brzinom od 3 m/s. Ako se on kreće u obratnom smeru tj nizbrdo, ali sa jednaom snagom motora postiže brzinu od 7 m/s. Izračunati brzinu koju će za istu snagu imati motor pri kretanju po horizontalnom putu? (Pretpostaviti da vučna sila ne zavisi od brzine)**

6. **Na konopcima visi sanduk sa peskom sa ravnom gornjom površinom. Za sanduk je privezan dugačak kanap čiji je slobodan kraj provučen ispod kartona koji je pričvršćen za slobodan stativ tako da se kanap nalazi u horizontalnom položaju. Rastojanje od gornje površine sanduka do tačke oslonca je poznato i iznosi l. Revolverom se gađa sanduka sa bočne strane zatim sanduk skrene povlačeći kanap ispod kartona za dužinu s, znatno manju od rastojanja l. Uzimajući u obzir da je masa metka m_1 u odnosu na masu sanduka m_2 mala, dokazati da se brzina metka može izračunati po formuli $\vartheta = \frac{m_1}{m_2} * s * \sqrt{\frac{g}{l}}$.**

Resenja:

1. Ključni delovi postavke zadatka su: primena II Njutnovog zakona na sistem (dakle projaktovati sve sile koje deluju na telo ali u odnosu na orjentisani Dekartov koordinatni sistem), zatim primena zakona održanja energije i određivanje položaja tela u odnosu na početni trenutak (visina sa koje će telo pasti po uslovu zadatka.

Fakultet za Fizicku Hemiju
Predmet: Fizika 1
Tip vezbi: Racunske vezbe
Asistent: Violeta Stankovic
Datum: 8. maj 2020.



Projekcija vektora položaja pločice na x osu Dekartovog sistema.

$$(1)\quad h = R - R\cos\theta = R(1-\cos\theta)$$

$$(2)\quad \frac{mv^2}{R} = -N + mg\cos\theta$$

$$(3)\quad \frac{mv^2}{2} = mgh$$

II Njutnov zakon primenjen na pločicu na lopti

Trenutni položaj pločice u odnocu na početni položaj

Zakon odrzanja energije

$$(2)\ (3) \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = mgR(1-\cos\theta)$$

$$\frac{mv^2}{R} = 2mg(1-\cos\theta)$$

$$\cancel{m}\cancel{g}\cos\theta - \overset{0}{N} = 2\cancel{m}\cancel{g}(1-\cos\theta)$$

$$\cos\theta = 2 - 2\cos\theta$$

$$\cos\theta(1+2) = 2$$

$$\boxed{\cos\theta = \frac{2}{3}}$$

$$\boxed{h} = R\left(1-\frac{2}{3}\right) = \boxed{\frac{1}{3}R}$$

$$\#\quad T - T_0 = U_0 - U$$

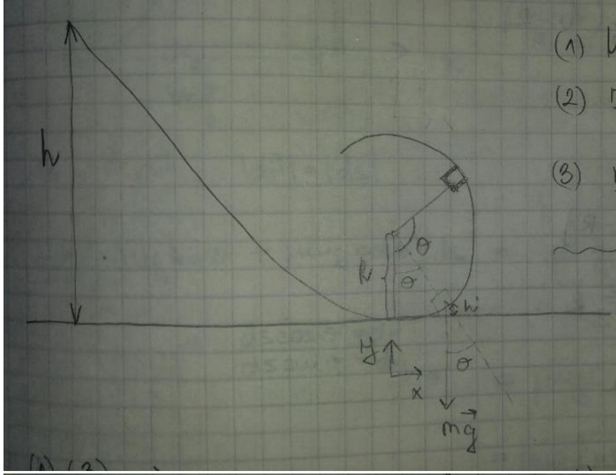
$$\frac{mv^2}{2} \overset{0}{-} = +mgh = mgR - mg\underbrace{R\cos\theta}_{R-h} = mg(R - R\cos\theta) = mgh$$

\# слајдер је закачен за центар лопте \#

Konsultacije petkom u terminu od 12h do 14h na e-mail violeta.stankovic@ff.bg.ac.rs

Fakultet za Fizicku Hemiju
Predmet: Fizika 1
Tip vezbi: Racunske vezbe
Asistent: Violeta Stankovic
Datum: 8. maj 2020.

2.



Primena zakona održanja energije na sistem.

a) $h' = h_1 = ?$

(1) $h' = R(1-\cos\theta)$

(2) $\frac{mv^2}{R} = N - mg\cos\theta$

(3) $\frac{mv^2}{2} = mg(h-h')$

(1) (3) $\Rightarrow$

Prva jednačina (položaj tela u odnosu na horizontalnu podlogu).

Kombinacija prve i trece jednačine.

$$\frac{mv^2}{2} = mg\left(h - R(1-\cos\theta)\right)$$

$$\frac{mv^2}{2} = mgR\left(\frac{h}{R} - (1-\cos\theta)\right)$$

$$\frac{mv^2}{R} = 2mg\left(\frac{h}{R} - (1-\cos\theta)\right)$$

$$\underset{=0}{N} - mg\cos\theta = 2mg\left(\frac{h}{R} - (1-\cos\theta)\right)$$

$$2mg\frac{h}{R} - 2mg + 2mg\cos\theta = -mg\cos\theta$$

$$2mg\left(\frac{h}{R} - 1\right) = \cos\theta\left(-mg - 2mg\right)$$

$$2\cancel{mg}\left(\frac{h}{R} - 1\right) = -3\cancel{mg}\cos\theta$$

$$2\frac{h}{R} - 2 = -3\cos\theta$$

Fakultet za Fizicku Hemiju
Predmet: Fizika 1
Tip vezbi: Racunske vezbe
Asistent: Violeta Stankovic
Datum: 8. maj 2020.

$$3\cos\theta = 2 - 2\frac{h}{R}$$

$$\boxed{\cos\theta = \frac{2}{3}\left(1 - \frac{h}{R}\right)}$$

Zamenom ugla u prvu jednačinu dobija se trazena visina .

(A) $\Rightarrow h' = R\left(1 - \frac{2}{3}\left(1 - \frac{h}{R}\right)\right) =$

$$= R - \frac{2}{3}R + \frac{2}{3}h =$$

$$= R + \frac{2}{3}(h - R)$$

Rastojanje između tela i horizontalne podloge u trenutku kada telo načini punu petlju (kada se nadje na rastojanju 2R od horizontalne podloge)

δ) $h' = 2R$

$$2R = R + \frac{2}{3}(h - R)$$

$$R = +\frac{2}{3}h - \frac{2}{3}R$$

$$R + \frac{2}{3}R = +\frac{2}{3}h$$

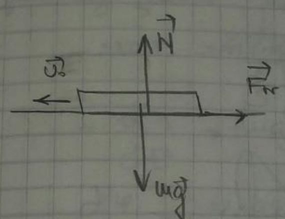
$$\frac{5R}{3} = +\frac{2}{3}h$$

$$5R = 2h \Rightarrow \boxed{h = \frac{5R}{2}}$$

Fakultet za Fizicku Hemiju
Predmet: Fizika 1
Tip vezbi: Racunske vezbe
Asistent: Violeta Stankovic
Datum: 8. maj 2020.

3.

$\mu = 0{,}27$
$v_0 = 1{,}5\ m/s$



$$\cancel{m}\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu \cancel{m} g$$

$$\frac{dx}{dt} = -\mu g t + \cancel{C_1}^{\,v_0}$$

$$\boxed{x(t) = -\mu g \frac{t^2}{2} + v_0 t + \cancel{C_2}^{\,0}}$$

$$\bar{P} = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} \vec{F}\cdot\vec{v}\,dt = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} (-\mu m g)(v_0 - \mu g t)\,dt =$$

Usrednjena snaga po vremenskom intervalu kretanja tela.

$$\# \quad \frac{dx(\tau)}{dt} = 0 \Rightarrow -\mu g \tau + v_0 = 0$$

$$-\mu g \tau = -v_0$$

$$\boxed{\tau = \frac{v_0}{\mu g}}$$

Krajnja brzina kretana tela kada se telo zaustavi je nula što koristimo kako bismo došli do ukupnog vremena kretanja tela.

$\# \quad v = \frac{ds}{dt} \qquad a = \frac{dv}{dt}$

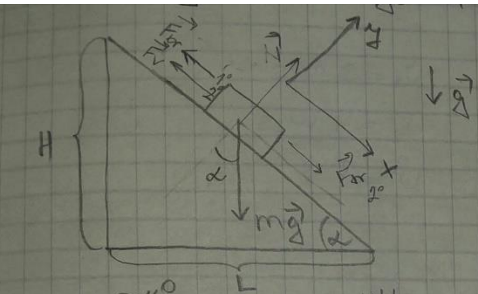
$ds = v\,dt \qquad dv = a\,dt \quad \#$

$$= \frac{1}{\cancel{\tau}}(-\mu m g)\, v_0 \cancel{\tau} + \frac{1}{\cancel{\tau}}(\mu m g)\cdot \mu g \frac{\tau^{\cancel{2}}}{2} = -\mu m g\, v_0 + \frac{\mu^{\cancel{2}} g^{\cancel{2}} m}{2}\,\frac{v_0}{\cancel{\mu g}} =$$

$$= -\mu m g v_0 + \frac{\mu g m v_0}{2} = \boxed{-\frac{\mu g m v_0}{2}}$$

Fakultet za Fizicku Hemiju
Predmet: Fizika 1
Tip vezbi: Racunske vezbe
Asistent: Violeta Stankovic
Datum: 8. maj 2020.

4.



Ravnomerno kretanje tela po uslovu zadatka.

$$(1)\quad m\underbrace{\frac{d^2x}{dt^2}}_{=0} = \underbrace{mg\sin\alpha}_{G_x} - \underbrace{\mu N}_{F_{tr_x}}$$

$$m\underbrace{\frac{d^2y}{dt^2}}_{=0} = -mg\cos\alpha + N$$

Kretanje niz strmu ravan.

$$\Rightarrow \boxed{N = mg\cos\alpha}$$

$$-mg\sin\alpha = -\mu mg\cos\alpha$$

$$\boxed{\mu} = \frac{\cancel{mg}\sin\alpha}{\cancel{mg}\cos\alpha} = \boxed{tg\,\alpha}$$

$$\#\ \mu\cos\alpha = \sin\alpha\ \#$$

$$(2)\quad m\underbrace{\frac{d^2x}{dt^2}}_{=0} = F_v - \underbrace{F_{tr}}_{\mu N} - mg\sin\alpha$$

$$m\underbrace{\frac{d^2y}{dt^2}}_{=0} = N - mg\cos\alpha$$

$$\Rightarrow N = mg\cos\alpha$$

Vučna sila motora.

$$\Rightarrow \boxed{F_v} = \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha = \boxed{mg(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)}$$

$$P = F_v \cdot v = mgv(\mu\cos\alpha + \sin\alpha) = 2mgv\sin\alpha$$

$$u = \frac{H}{L} = tg\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$$

$$\sin\alpha = u\sqrt{1-\sin^2\alpha} \quad /^2$$

$$\sin^2\alpha = u^2(1-\sin^2\alpha)$$

$$\sin^2\alpha + u^2\sin^2\alpha = u^2$$

$$\sin^2\alpha(1+u^2) = u^2$$

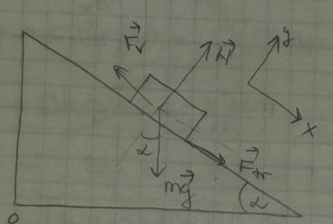
$$\sin^2\alpha = \frac{u^2}{1+u^2} \Rightarrow \sin\alpha = \oplus\frac{u}{\sqrt{1+u^2}}$$

Kretanje uz strmu ravan.

$$\boxed{P} = 2mgv\frac{u}{\sqrt{1+u^2}} = \boxed{24\,494{,}40111\ W}$$

Fakultet za Fizicku Hemiju
Predmet: Fizika 1
Tip vezbi: Racunske vezbe
Asistent: Violeta Stankovic
Datum: 8. maj 2020.

5.



$v_1 = 3\ m/s$

$v_2 = 7\ m/s$

$v = ?$

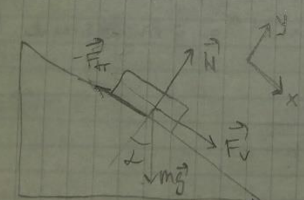
(1) $m\underbrace{\frac{d^2x}{dt^2}}_{=0} = mg\sin\alpha + \mu N - F_v$

$\boxed{F_v} = mg\sin\alpha + \mu N = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha = \boxed{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$

$m\underbrace{\frac{d^2y}{dt^2}}_{=0} = N - mg\cos\alpha \Rightarrow N = mg\cos\alpha$

$\Rightarrow \boxed{P = mgv_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$

(2)



$m\underbrace{\frac{d^2x}{dt^2}}_{=0} = F_v - \mu N + mg\sin\alpha$

$m\frac{d^2y}{dt^2} = N - mg\cos\alpha$

$N = mg\cos\alpha$

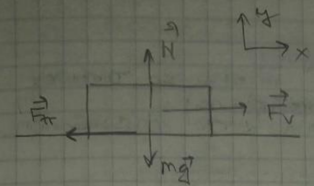
$\boxed{F_v} = \mu mg\cos\alpha - mg\sin\alpha =$

$= \boxed{mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)}$

$\Rightarrow \boxed{P = mgv_2(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)}$

Fakultet za Fizicku Hemiju
Predmet: Fizika 1
Tip vezbi: Racunske vezbe
Asistent: Violeta Stankovic
Datum: 8. maj 2020.

3°



$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_v - \mu N$$

$$m\underbrace{\frac{d^2y}{dt^2}}_{=0} = N - mg$$

$$\Rightarrow N = mg$$

$$\Rightarrow \boxed{F_v = \mu mg}$$

$$\Rightarrow P = \mu mg v$$

$$v = \frac{P}{\mu mg}$$

$$\mu = ?$$

$$v_1 m\cancel{g}(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = v_2 m\cancel{g}(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)$$

$$v_1\sin\alpha + \underline{v_1\mu\cos\alpha} = \underline{v_2\mu\cos\alpha} - v_2\sin\alpha$$

$$\mu(v_1\cos\alpha - v_2\cos\alpha) = -v_1\sin\alpha - v_2\sin\alpha \quad /\cdot(-1)$$

$$\mu\cos\alpha(v_2 - v_1) = \sin\alpha(v_1 + v_2)$$

$$\boxed{\mu = \frac{\sin\alpha(v_1+v_2)}{\cos\alpha(v_2-v_1)}}$$

$$\boxed{v} = \frac{\cancel{mg}v_1\left(\sin\alpha + \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\cancel{\cos\alpha}}\frac{(v_1+v_2)}{(v_2-v_1)}\right)}{\cancel{mg}\frac{\sin\alpha(v_1+v_2)}{\cos\alpha(v_2-v_1)}} = \frac{v_1\cos\alpha(v_2-v_1)\left[\sin\alpha + \sin\alpha\frac{v_1+v_2}{(v_2-v_1)}\right]}{\sin\alpha(v_1+v_2)}$$

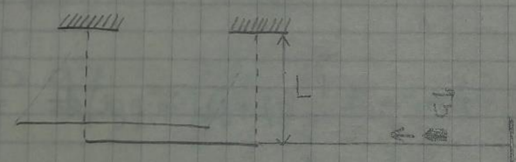
$$= \frac{v_1\cos\alpha\left[\sin\alpha v_2 - \cancel{\sin\alpha v_1} + \cancel{\sin\alpha v_1} + \sin\alpha v_2\right]}{\sin\alpha(v_1+v_2)} =$$

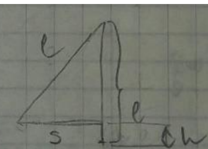
у задатку је речено да је мали нагиб

$$= \frac{2v_1\cos\alpha\cancel{\sin\alpha}v_2}{\cancel{\sin\alpha}(v_1+v_2)} = \frac{2v_1v_2\overbrace{\cos\alpha}^{\approx 1}}{v_1+v_2} \approx \boxed{\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} = 4{,}2\ \frac{m}{s}}$$

Fakultet za Fizicku Hemiju
Predmet: Fizika 1
Tip vezbi: Racunske vezbe
Asistent: Violeta Stankovic
Datum: 8. maj 2020.

<u>6.</u>





$h = l - \sqrt{l^2 - s^2}$

Zakon održanja energije.

(1) $m_1 v = (m_1+m_2) v'$ ZOH

(2) $\frac{1}{2}\cancel{(m_1+m_2)} v'^2 = \cancel{(m_1+m_2)} g h \Rightarrow v' = \sqrt{2hg}$

Brzina nakon sudara metka i sanduka.

(1) $\Rightarrow v = \frac{m_1+m_2}{m_1} v' = \frac{m_1+m_2}{m_1}\sqrt{2hg} =$

$= \frac{m_1+m_2}{m_1}\sqrt{2g\left(l-\sqrt{l^2-s^2}\right)} = \frac{m_1+m_2}{m_1}\sqrt{2g}\left(l-(l^2-s^2)^{1/2}\right)^{1/2}$

Razvoj u red.

$(l^2-s^2)^{1/2} = l\left(1-\left(\frac{s}{l}\right)^2\right)^{1/2} \cong l\left(1-\frac{1}{2}\frac{s^2}{l^2}\right) = l - \frac{1}{2}\frac{s^2}{l}$

$v \cong \frac{m_1+m_2}{m_1}\sqrt{2g}\left(\cancel{l}-\cancel{l}+\frac{1}{2}\frac{s^2}{l}\right)^{1/2} \cong \frac{m_1+m_2}{m_1}\sqrt{2g}\left(\frac{1}{2}\frac{s^2}{l}\right)^{1/2}$

$\cong \frac{m_2}{m_1} s\left(\frac{\cancel{2}g}{\cancel{2}l}\right)^{1/2} = \frac{m_2}{m_1} s\left(\frac{g}{l}\right)^{1/2}$