

ZADACI (TERMIN 15. MAJ 2020.)

- 1. Kroz mali bočni otvor poluprečnika $r = 1$ cm ističe voda.**
 - a) Naći domet mlaza vode ako se otvor nalazi na $h=100$ cm iznad dna, a sud je napunjen vodom do $H = 269$ cm.**
 - b) Naći položaj novog otvora na sudu koji omogućava maksimalni domet mlaza.**
 - c) Naći protok vode kroz mali otvor pri maksimalnom dometu mlaza.**
- 2. Odrediti brzinu vode ako je razlika nivoa u Pitovoj cevi $H = 10$ cm.**
- 3. Poprečni presek klipa u špricu je $S_1 = 1.2$ cm², a presek otvora je $S_2 = 1$ mm². Za koliko vremena će isteći voda iz šprica ako dejstvujemo na klip silom od $F=0.5$ kp I ako je hod klipa $l =$ cm.**
- 4. Pri ravnoteži sistema prikazanog na slici (slika u delu „Rešenja“ pod rednim brojem zadatka) opruga P je izdužena za $\Delta l=7$ cm u odnosu na nedeformisano stanje. Kotur je napravljen od punog homogenog diska. Mase tegova i kotura su $m_1 = 300$ g, $m_2 = 100$ g i $m_3 = 100$ g. Ostale mase i trenje se mogu zanemariti. Odrediti period oscilovanja sistema koji počinje da osciluje ako se teg mase m_1 povuče naniže i pusti.**
- 5. Cilindar čiji je poluprečnik 2 cm, a masa 200 g, pliva u vertikalnom položaju u tečnosti čija je gustina 2 g/cm³. Cilindar počinje da osciluje kada se pritiskom odozgo potopi malo dublje u tečnost a zatim pusti. Kolika je frekvencija oscilovanja cilindra, ako su prigušenje oscilovanja i inertnost tečnosti zanemarljivi?**
- 6. Valjak od homogenog materijala može da se kotrlja bez klizanja po cilindričnom kanalu čija je osa horizontalna. Poluprečnik valjka je 2 cm, a poluprečnik kanala je 26 cm. Kada se valjak izvede iz ravnotežnog položaja na neku visinu H, a zatim pusti, dešava se oscilovanje valjka oko ravnotežnog položaja. Koliki je period oscilovanja valjka ako je uglovno pomeranje valjka, u odnosu na ravnotežni položaj, malo a prigušenje zanemarljivo?**

Resenja:

I.

горна млага.

Хидроаеромеханика 2005
 Вискозне течности
 елементарна физика

симетричне притоци
 због симетричне слије

1) $p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho U_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho U_2^2}{2}$

симетричне притоци
 $p_1 = p_2 = p_a$
 $h_1 = H$
 $h_2 = h$

$U_2 > U_1$
 $U_1 \approx 0$
 $\Rightarrow U_2 \approx U$

$\Rightarrow p_a + \frac{\rho U_1^2}{2} + \rho g(H-h) = p_a + \frac{\rho U_2^2}{2}$

$\frac{\rho g(H-h)}{2} = \frac{\rho U^2}{2}$

$U = \sqrt{2g(H-h)}$

Торичеллијева теорема:
 Дрзина истецања истовремено из ширине и одређеног стране атмосферери сује кроз мали отвор, који се налази на вертикалној површини H-h од отворе постоје површине једнака је дрзину спорогоста пада млага са исте висине

Primena Bernulijeve jednačine na dati sistem.

2) $m \frac{d^2x}{dt^2} = 0$
 $\frac{dx}{dt} = U$
 $x(t) = Ut$

$y(t) = -h = -\frac{1}{2} g t^2$
 $\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Ukupno vreme kretanja mlaza

$\Rightarrow D = x(t) = U \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2g(H-h)} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2\sqrt{h(H-h)}$

$D(u') = D(u)_{\text{max}} ?$

$\frac{dD}{du} \Big|_{u=u'} = 0$

$\cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \frac{H - 2u'}{\sqrt{u'(H-u')}} = 0$

$H - 2u' = 0$

$H = 2u'$

$u' = \frac{H}{2} \Rightarrow \boxed{D(u')} = 2 \cdot \sqrt{\frac{H}{2} \left(H - \frac{H}{2} \right)} =$
 $= 2 \cdot \sqrt{\frac{H}{2} \left(\frac{H}{2} \right)} =$
 $= 2 \cdot \sqrt{\frac{H^2}{4}} = 2 \cdot \frac{H}{2} = \boxed{H}$

$\boxed{Q} = S \cdot v = r^2 u \sqrt{2g \left(H - \frac{H}{2} \right)} = r^2 u \sqrt{gH} = \left| \frac{1614 \text{ cm}^3}{\text{s}} \right|$

Visina za koju domet mlaza ima maksimalnu vrednost.

Protok vode – s obzirom da je potrebno naći protok vode pri maksimalnom dometu mlaza dakle potrebno je naći visinu otvora za koju će domet biti maksimalan a potom za istu visinu naći protok vode (budući da protok vode zavisi samo od jedne promenljive a to je baš visina otvora na sudu kroz koji protiče voda.

2.

Пример Бернулијевог
 ↑ не на неку страну аутора чели
 и не бисам (1) у односу на
 референтном тачко

$$\frac{1}{2} \rho U_2^2 + p_2 + \rho g h = \frac{1}{2} \rho U_1^2 + p_1 + \rho g h$$

(2) $p_1 = p_0 + \rho g h_1$ $U_1 = 0$

(3) $p_2 = p_0 + \rho g h_2$

→ статички
 атмосферни
 притисак
 у гравитаци
 ширине
 црпачора

На аутору
 чели $\rho g h$
 ширине

(1) $\Rightarrow p_0 = p_2 - \rho g h_2$

(2) $\Rightarrow p_1 = p_0 + \rho g h_1 = p_2 - \rho g h_2 + \rho g h_1 = p_2 + \rho g (h_1 - h_2) = p_2 + \rho g H$

$p_1 = p_2 + \rho g H$

(1) $\Rightarrow \frac{1}{2} \rho U_2^2 + p_2 = \frac{1}{2} \rho U_1^2 + p_1$

$p_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho U_2^2$

$\Rightarrow p_2 + \rho g H = p_2 + \frac{1}{2} \rho U_2^2$

$\rho g H = \frac{1}{2} \rho U_2^2$

$U_2 = \sqrt{2 g H}$

3.

$$(1) p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$p_2 = p_0 + \rho g h_2 \rightarrow 0$$

$$p_2 = p_0 + \cancel{\rho g h_2} = \frac{F_1}{S_1}$$

$$p_0 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_0 + \frac{F_1}{S_1} + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{1}{2} (\rho v_2^2 - \rho v_1^2) S$$

$$2) v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 S_1}{S_2} = \frac{L S_1}{S_2 t}$$

$$V = S_1 \cdot h = S_1 \cdot v_1 \cdot t$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{L}{t}$$

$$\# 1 \text{ kP} = 9,80665 \text{ N}$$

$$\#$$

Pritisak koji se vrši na tečnost pritiskom klipa u špricu.

$$\Rightarrow \frac{F}{S_1} = \frac{\rho}{2} \left[\frac{L^2 S_1^2}{S_2^2 t^2} - \frac{L^2}{t^2} \right]$$

$$\frac{F}{S_1} = \frac{\rho}{2} \frac{1}{t^2} \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right] L^2$$

$$t^2 = \frac{\rho \cdot S_1}{2 \cdot F} \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right] L^2$$

$$t = L \sqrt{\frac{\rho \cdot S_1}{2 \cdot F} \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right]} = 0,53 \text{ s}$$

4.

$$m_2 g - m_1 g = -k \Delta l \quad (\text{II Njutnov zakon})$$

$$(1) \quad (m_1 - m_2) g = k \Delta l$$

$$\Rightarrow \quad k = \frac{m_1 - m_2}{\Delta l} g$$

$$(2) \quad m_1 \frac{d^2 x}{dt^2} = T_1 - m_1 g$$

$$(3) \quad I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = (T_2 - T_1) R$$

$$(4) \quad x = \varphi R \quad \Big/ \quad \frac{d^2}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} = R \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

$$(5) \quad m_2 \frac{d^2 x}{dt^2} = m_2 g - T_2 - k(x - \Delta l)$$

Moment inercije primenjen na kotur sistema.

II Njutnov zakon primenjen na oba teža u sistemu.

Fakultet za Fizičku Hemiju
 Predmet: Fizika 1
 Tip vezbi: Računske vezbe
 Asistent: Violeta Stanković
 Datum: 15. maj 2020.

$$(3) \Rightarrow \frac{I}{R^2} \frac{d^2x}{dt^2} = T_2 - T_1$$

$$(5) \Rightarrow T_2 = m_2 g - k(x - \Delta l) - m_2 \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$(3) \rightarrow (5) \Rightarrow \frac{I}{R^2} \frac{d^2x}{dt^2} = m_2 g - k(x - \Delta l) - m_2 \frac{d^2x}{dt^2} - T_1$$

$$(2) \Rightarrow m_1 \frac{d^2x}{dt^2} = -m_1 g + m_2 g - k(x - \Delta l) - m_2 \frac{d^2x}{dt^2} - \frac{I}{R^2} \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} \left[m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2} \right] = (m_2 - m_1) g - kx + k\Delta l =$$

$$= \cancel{(m_2 - m_1) g} - \frac{(m_1 - m_2) g}{\Delta l} x + \cancel{\frac{(m_1 - m_2) g \Delta l}{\Delta l}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = - \frac{(m_1 - m_2) g}{\Delta l (m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2})} x \rightarrow \frac{1}{2} m_3 R^2$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{(m_1 - m_2) g}{\Delta l (m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m_3)} x = 0 \quad \text{— 749 характеристични}$$

осцилације

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{(m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m_3) \Delta l}{(m_1 - m_2) g}}$$

Period oscilovanja sistema.

5.

$m \frac{d^2x}{dt^2} = -m_t g$
 $m_t = \rho \cdot V = \rho r^2 \bar{u} x$
 $\Rightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} = -\rho r^2 \bar{u} x g$
 $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\rho r^2 \bar{u} g}{m} x = \omega^2 x$
 $T = \frac{2\bar{u}}{\omega} = \frac{2\bar{u}}{\sqrt{\frac{\rho r^2 \bar{u} g}{m}}} = 2\bar{u} \sqrt{\frac{m}{\rho r^2 \bar{u} g}}$
 $\omega = \frac{1}{2\bar{u}} \sqrt{\frac{\rho r^2 \bar{u} g}{m}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho r^2 g}{\bar{u} m}}$
 $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$

Sila zemljine teže koja deluje na telo suprotno njegovom kretanju (cilindar osciluje). Pomenuta sila zavisi od mase tečnosti koju cilindar istisne svojim oscilovanjem.

6.

$(1) m \frac{d^2x}{dt^2} = -mgs \sin \psi + F_{tr}$
 $(2) -I \frac{d^2\psi}{dt^2} = F_{tr} \cdot r$
 $(3) r\psi = x \quad \left| \frac{d^2}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{1}{r} \frac{d^2x}{dt^2} \right.$

„Psi“ je uglovni pomeraj valjka u odnosu na sopstvenu osu rotacije.

Moment sile koji deluje na valjak kada valjak, nakon što je izveden iz ravnotežnog položaja, počne da osciluje (predznak “minus” jer se valjak kreće suprotno u odnosu na orijentaciju Dekartovog koordinatnog sistema dok je sila trenja u smeru x ose Dekartovog sistema pa s tim u vezi predznak je “plus”).

$$(2) \Rightarrow F_{\text{tr}} = -\frac{1}{2} \frac{m v^2}{r} \frac{1}{r} \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{1}{2} m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} = -g \sin \varphi - \frac{1}{2} \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} \left[1 + \frac{1}{2} \right] = -g \sin \varphi$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{2}{3} g \sin \varphi$$

$$\varphi \cdot (R-r) = x \quad \left| \frac{d^2}{dt^2} \right.$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} (R-r) = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{d^2 x}{dt^2} \frac{1}{R-r} = -\frac{2}{3} \frac{g \sin \varphi}{R-r}$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{2}{3} \frac{g}{R-r} \sin \varphi = 0$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{3} \frac{g}{R-r}}} = 2\pi \sqrt{\frac{3}{2} \frac{(R-r)}{g}}$$

Translatorno ubrzanje sistema.

„X“ je translatorni pomeraj valjka u Dekartov koordinatni (x komponenta vektora položaja valjka u odnosu na Dekartov sistem).

J-na harmonijskog oscilovanja.

Aproksimacija po uslovu zadatka.

„Veza“ između x komponente vektora položaja valjka, u odnosu na Dekartov okoordinatni sistem (translatorno kretanje), i ugaonog pomeraja valjka u odnosu na ravnotežni položaj odnosno osu kanala unutar koga se kreće. Potreban nam je baš taj ugaoni pomeraj, u odnosu na osu kanala, jer se u zadatku traži period oscilovanja valjka u odnosu na ravnotežni položaj.