D. Popovic


# TEORIJA RELATIVITETA

- Specijalna teorija relativnosti Ajnštajn 1905. godina
- Opšta teorija relativnosti Ajnštajn 1917. godina
- POSTULATI SPECIJALNE TEORIJE RELATIVNOSTI
  - postulat relativnosti kretanja
  - postulat o brzini svetlosti

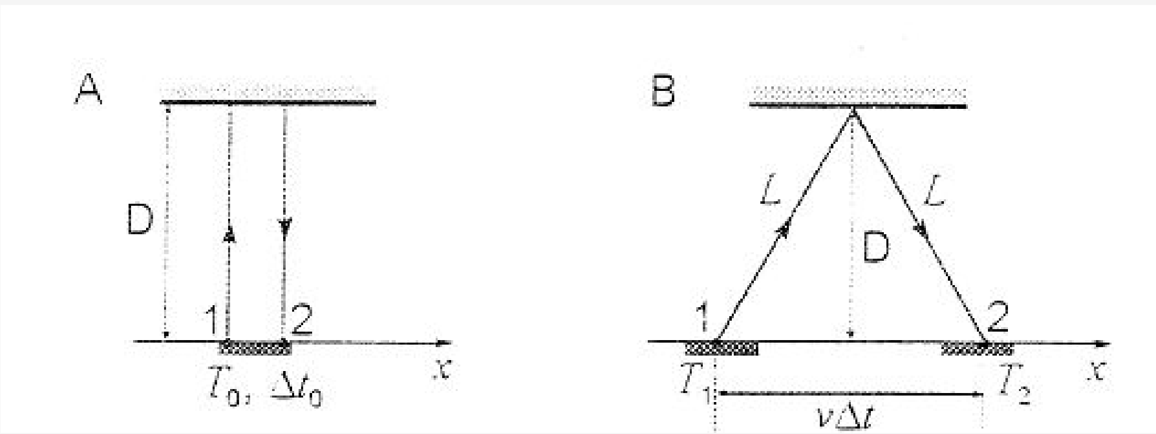
eksperimentalni dokazi
Bertaci 1964. godine e-

CERN 1964. godine pion $\pi_o$

## Terija relativiteta

$$\Delta t_0 = \frac{2D}{c}$$

$$\Delta t = \frac{2L}{c}$$




$$\frac{c\Delta t}{2} = L = \sqrt{\left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + D^2} = \sqrt{\left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + \left(\frac{c\Delta t_0}{2}\right)^2}$$

Iz prethodnog izraza sledi

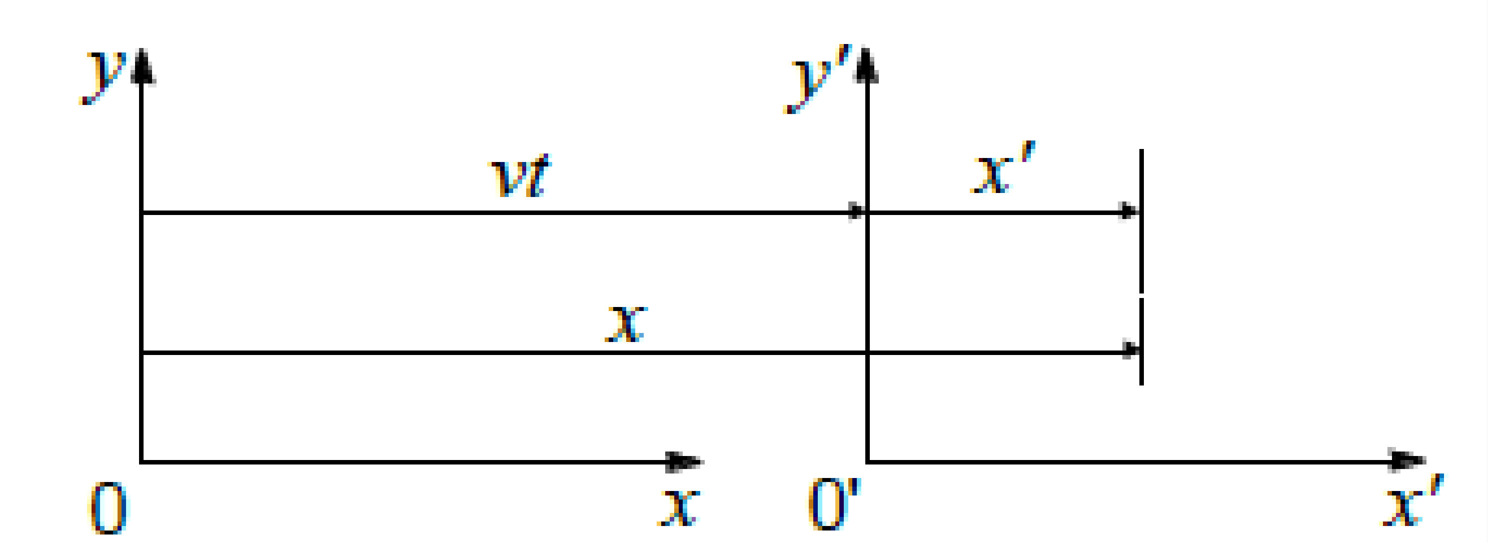
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

sopstveno vreme

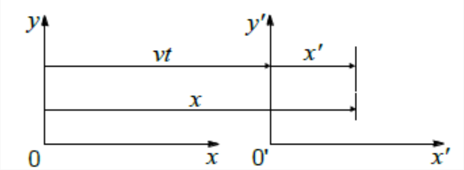
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \geq 1$$

Lorencov faktor

# Lorencove transformacije



Lorencove transformacije




$$x = \gamma(x' + vt') \qquad x' = \gamma(x - vt)$$

$$y = y' \qquad y' = y$$

$$z = z' \qquad z' = z$$

$$t = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right) \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

U Lorentzovim transformacija se vreme tretira kao četvrta koordinata.

Uvodi se Rimanov 4D prostor, sa koordinatama x, y, z i ct.

Rimanov prostor nije euklidski.

Neke od posledica Lorentzovih transformacija

Jednovremenost dogadjaja u raznim inercijalnim sistemima

Dogadjaji koji su se dogodili istovremeno u tačkama sa različitim koordinatama $x_1$ i $x_2$ u sistemu O, neće biti istovremeni u sistemu O'

$$t_1' - t_2' = \gamma v \frac{x_1 - x_2}{c^2}$$

Neke od posledica Lorentzovih transformacija

.

Dilatacija vremena

$$\Delta t' = \gamma\, \Delta t_0$$

Kontrakcija dužine

$$x_2 - x_1 = L_0 = \gamma.(x_2' - x_1') = \gamma.L$$

Neke od posledica Lorentzovih transformacija

Relativističko slaganje brzina

$$v = \frac{v' + u}{1 + uv'/c^2}$$

# Kinematika specijalne teorije relativnosti

## Prostor Minkovskog

$$\bar{R}_k = (R_1, R_2, R_3, R_4) = (x, y, z, ict) \quad (i^2 = -1)$$

$$\bar{R}_k = R_1 \vec{i} + R_2 \vec{j} + R_3 \vec{k} + R_4 \vec{\ell} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} + ict \vec{\ell} = \vec{r} + ict \vec{\ell}$$

Uvode se pojmovi svetska tačka i svetska linija

Rastojanje dve tačke iznosi

$$dR_k'^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2 dt'^2$$

$$dR_k^2 = dR_k'^2$$

Rastojanje je isto u oba sistema, dakle prostorno-vremenski interval koji razdvaja dva dogadjaja je invarijantan u svim sistemima

## Kinematika specijalne teorije relativnosti

$$\vec{V}_k = \frac{d\vec{R}_k}{d\tau} \qquad (k=1,2,3,4)$$

četvorodimenziona brzina

$$\vec{V}_k = \frac{d\vec{R}_k}{d\tau} = \frac{d\vec{R}_k}{dt}\frac{dt}{d\tau} = \frac{d}{dt}(\vec{r} + ict\vec{\ell})\cdot\gamma = \gamma(\vec{v} + ic\vec{\ell})$$

$$V_1 = \gamma.v_x$$
$$V_2 = \gamma.v_y$$
$$V_3 = \gamma.v_z$$
$$V_4 = \gamma.i.c$$

$$(\vec{V}_k)^2 = \gamma^2 v^2 + \gamma^2 i^2 c^2 = \gamma^2 c^2 (v^2/c^2 + i^2) = \gamma^2 c^2 (v^2/c^2 - 1) = i^2 c^2 = -c^2$$

Intezitet četvorodimenzione brzine je jednak u svim sistemima, tj. invarijantna veličina

## Kinematika specijalne teorije relativnosti

$$\vec{A}_k = \frac{d\vec{V}_k}{d\tau} = \frac{d\vec{V}_k}{dt}\frac{dt}{d\tau}$$

četvorodimenziono ubrzanje

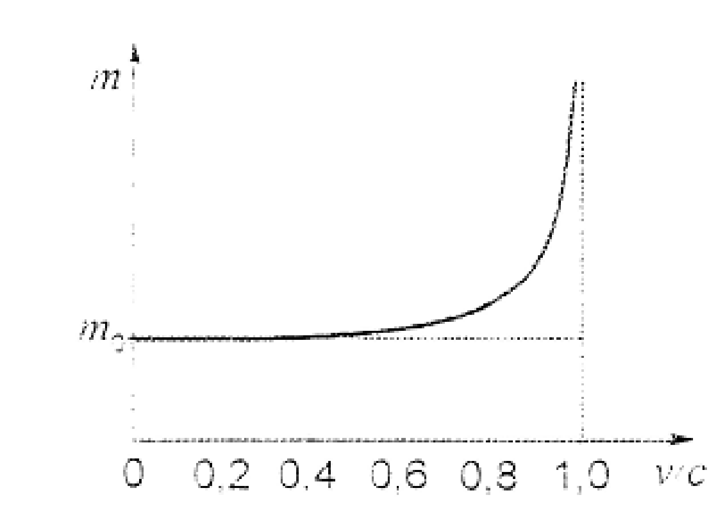
Pošto je intezitet četvorodimenzione brzine konstantan, ubrzanje je uvek normalno na brzinu

“**A** je normalno na **V** “

# Dinamika specijalne teorije relativnosti

$$\vec{P}_k = m_0 \vec{V}_k = m_0 (\vec{v} + ic\vec{\ell})\gamma = \vec{p} + imc\vec{\ell}$$

$$P_1 = m_0 V_1 = \gamma m_0 v_x = m v_x = p_x$$
$$P_2 = m_0 V_2 = \gamma m_0 v_y = m v_y = p_y$$
$$P_3 = m_0 V_3 = \gamma m_0 v_z = m v_z = p_z$$
$$P_4 = m_0 V_4 = \gamma m_0 ic = mic$$




masa mirovanja

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

# Dinamika specijalne teorije relativnosti

$$\vec{F}_k = \frac{d\vec{P}_k}{d\tau} = \frac{d\vec{P}_k}{dt}\frac{dt}{d\tau} = \gamma\frac{d\vec{P}_k}{dt}$$

$$\frac{d\vec{P}_1}{dt} = \frac{d\vec{P}_x}{dt} = \frac{d(mv_x)}{dt} = \frac{F_1}{\gamma} = F_x$$

$$\frac{d\vec{P}_2}{dt} = \frac{d\vec{P}_y}{dt} = \frac{d(mv_y)}{dt} = \frac{F_2}{\gamma} = F_y$$

$$\frac{d\vec{P}_3}{dt} = \frac{d\vec{P}_z}{dt} = \frac{d(mv_z)}{dt} = \frac{F_3}{\gamma} = F_z$$

$$\frac{d\vec{P}_4}{dt} = \frac{d(mic)}{dt} = \frac{F_4}{\gamma}$$

## Dinamika specijalne teorije relativnosti

Vektori sile i brzine su medjusobno normalni

$$V_1F_1 + V_2F_2 + V_3F_3 + V_4F_4 = 0$$

$$F4 = -(V_1F_1 + V_2F_2 + V_3F_3)/V_4 = \gamma i(\vec{v} \cdot \vec{F})/c$$

Sila Minkovskog

$$\vec{F}_k = \gamma\{F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k} + i(\vec{v} \cdot \vec{F})\vec{\ell}/c\}$$

Relativistički izraz za energiju. Proporcionalnost mase i energije.

$$\frac{d\vec{P}_1}{dt} = \frac{d\vec{P}_x}{dt} = \frac{d(mv_x)}{dt} = \frac{F_1}{\gamma} = F_x$$

$$\frac{d\vec{P}_2}{dt} = \frac{d\vec{P}_y}{dt} = \frac{d(mv_y)}{dt} = \frac{F_2}{\gamma} = F_y$$

$$\frac{d\vec{P}_3}{dt} = \frac{d\vec{P}_z}{dt} = \frac{d(mv_z)}{dt} = \frac{F_3}{\gamma} = F_z$$

$$\frac{d\vec{P}_4}{dt} = \frac{d(mic)}{dt} = \frac{F_4}{\gamma}$$

$$F4 = -(V_1F_1 + V_2F_2 + V_3F_3)/V_4 = \gamma i(\vec{v}\cdot\vec{F})/c$$

Zamenom izraza za $F_4$ u četvrtu projekciju relativističke jednačine kretanja dobija se

$$\frac{d(mic)}{dt} = \frac{i\vec{v}\cdot\vec{F}}{c}$$

$$\frac{d(mc^2)}{dt} = \vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{dA}{dt}$$

$$E = mc^2 = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

ukupna energija slobodnog tela koje se kreće brzinom v u odnosu na neki inercijalni sistem

za v=0 se dobija izraz za energiju mirovanja ili sopstvenu energiju tela

$$E_0 = m_0 c^2$$

Izraz $E = mc^2 = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ se može napisati kao $E = \gamma E_o = \frac{E_o}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$$E_k = E - E_o = m_o c^2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right\} = m_o c^2 (\gamma - 1)$$

kinetička energija tela

- relativistički zakon održanja energije ze telo koje se nalazi u polju neke konzervativne sile, na osnovu relacije $dA = d(mc^2) = -dU$

$$m_0c^2(\gamma - 1) + U = const = C$$

- promena energije tela izaziva promenu njegove mase

$$dm = \frac{dE}{c^2}$$

zakon proporcionalnost mase i energije

Odnos izmedju energije i impulsa

$$P_4 = m_0 V_4 = \gamma m_0 ic = mic$$

$$P_4 = imc = i(mc^2)/c = iE/c$$

$$\vec{P}_k = m_o \vec{V}_k = \vec{p} + (i/c)E\vec{\ell}$$

ukupan impuls

Posto je intezitet četvorodimenzione brzine $(\bar{V}_k)^2 = \gamma^2 v^2 + \gamma^2 i^2 c^2 = \gamma^2 c^2 (v^2/c^2 + i^2) = \gamma^2 c^2 (v^2/c^2 - 1) = i^2 c^2 = -c^2$

kvadrat impulsa je $P_k^2 = m_o^2 V_k^2 = -m_o^2 c^2$

ukupan impuls je

$$p^2 + (i/c)^2 E^2 = -m_o^2 c^2$$

$$E = c\sqrt{p^2 + m_o^2c^2}$$ energija slobodne čestice

$$E = c\sqrt{p^2 + m_o^2c^2} + U$$ energija čestice u polju konzervativne sile

# Literatura

Belić, Fizika I za studente fizičke hemije, Beograd, 1996., Fizički fakultet