

# Predmet: Fizika 1

## Računske vežbe

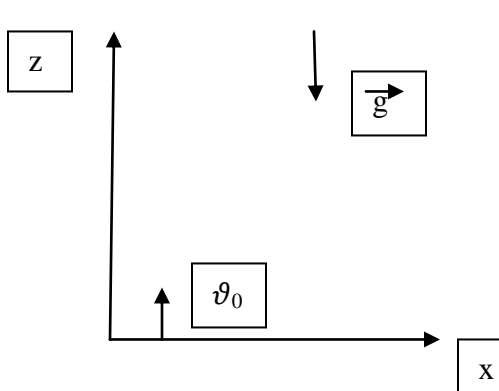
### Termin br 4.

1. Dva tela su bačena vertikalno u vis, iz iste tačke i sa istom početnom brzinom od  $v_0=24.5$  m/s, u vremenskom razmaku  $\tau=0.5$  s.

a) Posle koliko vremena od momenta bacanja drugog tela i na kojoj visini  $h$  će se oni sudariti?

b) Kakav je fizički smisao rešenja ako je  $\tau \geq \frac{v_0}{g}$  ?

Rešenje:



$t=?$

$h=?$

$m \cdot \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r} = m \cdot \mathbf{g}$  (polazimo od Drugog Njutnovog zakona kako bismo izveli formule za trajektoriju odnosno položaj tela, u svakom vremenskom trenutku )

$\frac{d^2}{dt^2} z = -g$  (integracijom ovog izraza dobija se izraz za  $z$  komponentu brzine tela

$\frac{d}{dt} (z) = -gt + C_1$  (integraciona konstanta se određuje iz početnih uslova zadatka, u ovom slučaju u početnom trenutku telo je imalo početnu brzinu ,

# Predmet: Fizika 1

## Računske vežbe

### Termin br 4.

pa će integraciona konstanta  $C_1$  biti jednaka z komponenti početne brzine (projekcija početne brzine na z osu je  $\vartheta_0$ ) odnosno  $C_1 = \vartheta_0$

$z = -gt^2/2 + \vartheta_0 t + C_2$  (integraciona konstanta  $C_2$  je jednaka nuli budući da se telo u početnom trenutku nalazilo na Zemlji)

$z_1(t) = -gt_1^2/2 + \vartheta_0 t_1$  (z komponenta radijus vektora prvog tela)

$z_2(t_1 - \tau) = -g(t_1 - \tau)^2/2 + \vartheta_0(t_1 - \tau)$  (z komponenta radijus vektora drugog tela, u zavisnosti od vremena  $t_1 - \tau$ , jer je drugo telo bačeno nakon intervala  $\tau$  u odnosu na prvo telo)

$t' = t' - \tau$  (trenutak u kom dolazi do sudara dva tela u odnosu na trenutak bacanja drugog tela ( $t'$  je vreme kada se tela sudare, u odnosu na početni trenutak))

$z_1(t') = z_2(t')$  (jer da bi se tela sudarila, njihove coordinate moraju biti jednake)

$$-gt'^2/2 + \vartheta_0 t' = -g(t' - \tau)^2/2 + \vartheta_0(t' - \tau)$$

Nakon sređivanja prethodnog izraza dobija se da je vreme  $t' = \tau/2 + \vartheta_0/g$  pa zamenom u izraz za vreme  $t''$  dolazimo da je traženo vreme  $t'' = \vartheta_0/g - \tau/2 = 2.25s$ .

A zatim trazena visina na kojoj dolazi do sudara je  $h(t') = z(t') = 30.3 m$ .

- b) Kada se u izraz za vreme  $t''$ , umesto  $\tau$  zameni vrednost dobijena za  $\tau$ , dobija se da je  $t'' = \vartheta_0/g - (2 * \vartheta_0/g) * 1/2 \leq 0$  što nas navodi na zaključak da je jedan od dva kamena već pao na Zemlju.

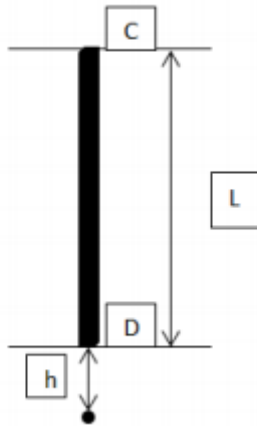
**2. Na zidu se, okačen pomodu konca, nalazi lenjir dužine 25 cm. Ispod lenjira, na zidu, nalazi se mali otvor. Na kojoj se visini h, iznad otvora, mora nalaziti donja ivica lenjira kako bi lenjir nakon pregorevanja konca, padajući naniže, pokriva otvor 0,1 s ?**

# Predmet: Fizika 1

## Računske vežbe

### Termin br 4.

#### Rešenje:



Polazedi od drugog Njutnovog zakona  $m \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r} = m\mathbf{g}$  nakon primene na naš sistem, tj lenjir, biće da je  $mr_z = mg$  (slika 2). Ako Dekartov koordinatni sistem postavimo tako da je njegov koordinatni početak u otvoru ispod lenjira, rastojenje gornje ivice lenjira od koordinatnog početka tj od rupe je  $S_c$  dok je rastojanje donje ivice lenjira od rupe  $S_d$  (u cilju lakše obeležja promenljivih u zadatku gornju ivicu lenjira smo proizvoljno oznacili slovom c dok smo donju ivicu lenjira proizvoljno označili slovom d). Na osnovu drugog Njutnovog zakona rastojanje gornje ivice lenjira, u početnom trenutku, od otvora je  $S_c = -gt^2/2 + (h+L)$ , dok je rstojanje donje ivice lenjira  $S_d = -gt^2/2 + h$ .

Kada konac pregori, rastojanje donje ivice lenjira od otvora na zidu će biti 0 odnosno  $S_d = 0 = -gt_2^2/2 + h$  dok je rastojanje gornje ivice lenjira od otvora na zidu  $S_c = 0 = -gt_1^2/2 + (h+L)$ . Rešavanjem prethodnih jednačina dobijamo da su vremena spuštanja gornje i donje ivice do otvora na zidu:  $t_1 = (2(h+L)/g)^{1/2}$ ,  $t_2 = (2h/g)^{1/2}$ . Takođe, vreme koje je potrebno gornjoj ivici lenjira da se spusti do otvora na zidu možemo izraziti i kao zbir vremena koje je potrebno donjoj ivici da dodje do otvora na zidu i vremena koje donja ivica lenjira, po uslovu zadatka, treba da provede iznad otvora na zidu,  $t_2 = t_1 + \Delta t$ . Izjednačavanjem izraza za vreme  $t_2$

# Predmet: Fizika 1

## Računske vežbe

### Termin br 4.

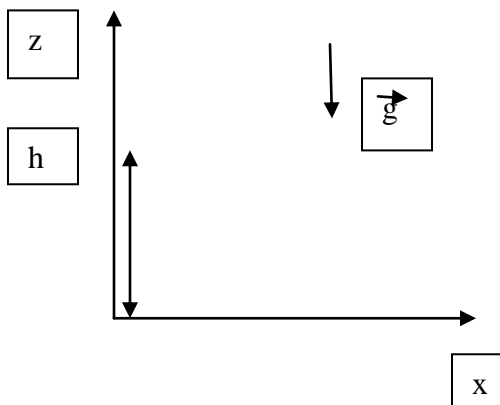
dobija se izraz  $(2h/g)^{1/2} = (2(h+L)/g)^{1/2} + \Delta t$ . Nakon sređivanja poslednjeg izraza dobija se da je tražena visina  $h = g/2 * [1/2 \Delta t * (2L/g - \Delta t^2)]^2 \approx 0.206 m$

**3. Kojom brzinom treba baciti telo vertikalno naniže, sa visine  $h=40 m$ , da bi ono palo na Zemlju:**

**a) za 1s ranije nego u slučaju slobodnog pada**

**b) za 1s kasnije**

**Rešenje:**



a)  $\Delta t = \tau - t_s = -1s$

b)  $\Delta t = \tau - t_s = 1s$

$$m \cdot \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = m \cdot \vec{g}$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -g$$

$$\frac{d}{dt} (z) = -gt + C_1 (C_1 = v_0)$$

$z(t) = -gt^2/2 + v_0 t + C_2 (C_2 = h)$  – z komponenta trajektorije datog tela

# Predmet: Fizika 1

## Računske vežbe

### Termin br 4.

$z(\tau) = 0$  ( $\tau$  je vremenski interval ukupnog kretanja tela)

$z(\tau) = -g\tau^2/2 + v_0\tau + h$  – rešavanjem kvadratne jednačine dobija se da je vremenski interval  $\tau = (v_0 + (v_0^2 + 2hg)^{1/2})/g$

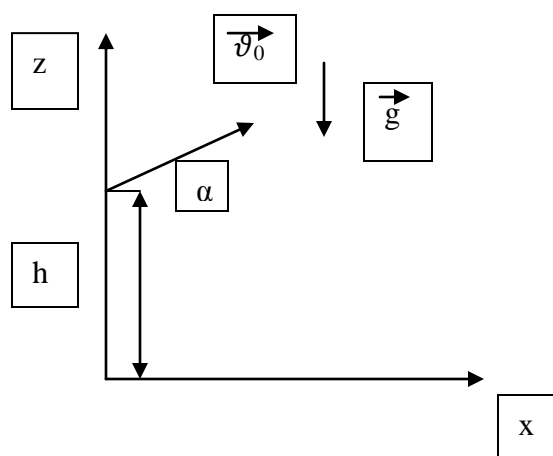
Zatim, kada se vratimo u dva izraza na početku zadatka pod a) i pod b) i umesto  $\tau$  zamenimo vrednost koju smo dobili, pri čemu je  $t_s$  vreme slobodnog pada

( $t_s = (2h/g)^{1/2}$ ) dobija se izraz  $\Delta t = \tau - t_s = (v_0 + (v_0^2 + 2hg)^{1/2})/g - (2h/g)^{1/2}$ .

Sredjivanjem datog izraza dobija se da je početna brzina

$v_0 = -h/(\Delta t + (2h/g)) + g/2(\Delta t + (2h/g)^{1/2})$ . Kada se u izraz započetnu brzinu zamene brojne vrednosti dobija se a)  $-12.43$  m/s (“minus” jer je telo potrebno gurnuti u smeru suprotnom od smera z ose) i pod b)  $8.5$  m/s (“plus” jer je telo potrebno prvo baciti vertikalno uvis datom brzinom da bi palo 1s nakon pada istog pri slobodnom padu)

**4. Kamen bačen sa visine  $h=2.1$  m iznad površine Zemlje, pod uglom od  $\alpha=45^\circ$  prema horizontu, pao je na Zemlju na rastojanju  $s=42$  m od mesta bacanja, merenog duž horizontale. Kolikom brzinom je bačen kamen? Koliko je vremena leteo i do koje se maksimalne visine popeo?**



$$m \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r} = m \mathbf{g}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} z = -g$$

$$\frac{d}{dt} (z) = -gt + C_1 \quad (C_1 = v_0 \sin \alpha)$$

$$z(t) = -gt^2/2 + v_0 \sin \alpha t + C_2 \quad (C_2 = h) - z$$

komponenta trajektorije datog tela

$$x = v_0 \cos \alpha t - x$$

komponenta trajektorije tela  
dobijena na isti način kao z komponenta

# Predmet: Fizika 1

## Računske vežbe

### Termin br 4.

Kako bismo dobili ukupno vreme kretanja tela z komponentu trajektorije tela ćemo izjednačiti sa nulom iz lega sledi da je  $\tau_1 = (\vartheta_0 \sin \alpha + ((\vartheta_0 \sin \alpha)^2 + 2hg)^{1/2})/g = 3s$ .

Korišćenjem znanja da je  $x(\tau) = s(\tau)$  zapravo domet tela i dobija se kada se u izraz za x komponentu trajektorije tela umesto vremena t zameni ukupno vreme kretanja tela  $\tau$ . Iz toga sledi da je  $\vartheta_0 = (s/2\cos \alpha) * (2g/(h+s(\tau)tg \alpha))^{1/2} = 19.798 \text{ m/s}$ .

$\frac{d}{dt} z(t) = 0$  - tražimo ekstremum funkcije kako bismo našli vreme koje je potrebno telu da dostigne maksimalnu visinu, pa tako iz prvog izvoda dobijamo vreme  $t' = \vartheta_0 \sin \alpha / g$  koje je potrebno da telo dostigne maksimalnu visinu  $h_{max} = z(t) = h + ((\vartheta_0^2 \sin^2 \alpha) / 2g) = 12.09 \text{ m}$ .

#### Za domaći zadatak:

- 5. Kamen bačen sa visine  $h=15 \text{ m}$  iznad površine Zemlje, pod uglom od  $\alpha=60^\circ$  prema horizontu, početnom brzinom  $30 \text{ km/h}$ . Naći domet tela kao i koliko je vremena leteo?**