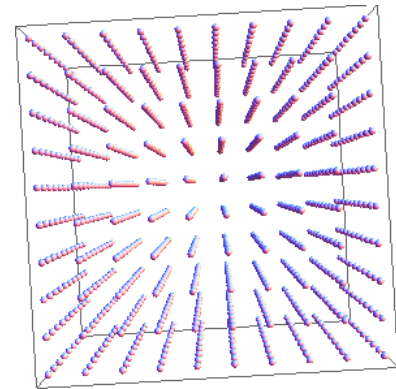
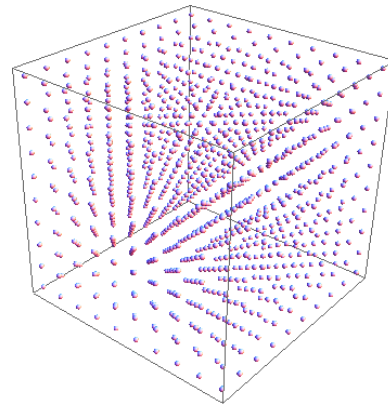


Кретање наелектрисане честице

Скаларно поље $\lambda = \lambda(x, y, z, t)$

- Температура
- Густина
-



Векторско поље

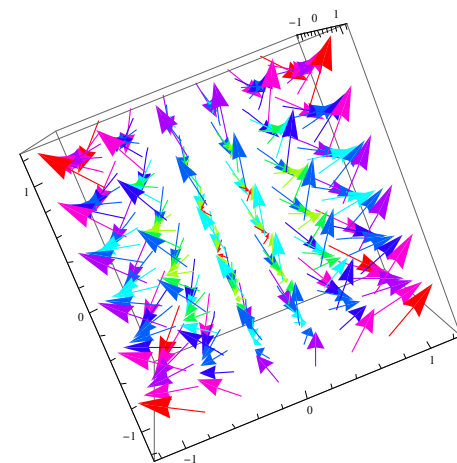
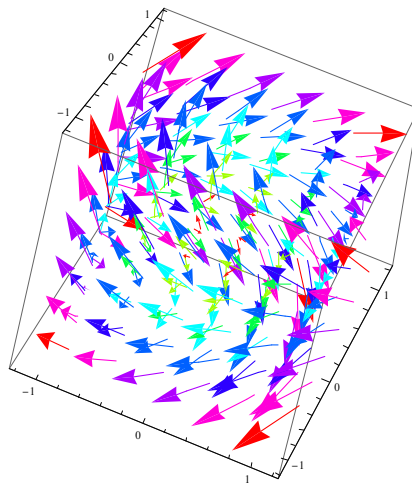
$$\vec{P} = \vec{P}(x, y, z, t) = P_x(x, y, z, t)\vec{i} + P_y(x, y, z, t)\vec{j} + P_z(x, y, z, t)\vec{k}$$

$$P_x = f_1(x, y, z, t),$$

$$P_y = f_2(x, y, z, t),$$

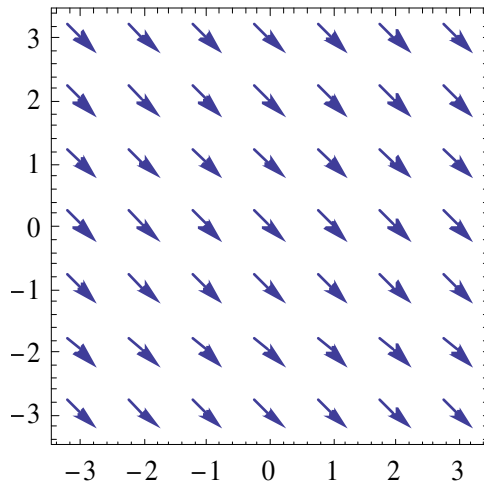
$$P_z = f_3(x, y, z, t).$$

- Сила
- Брзина
-

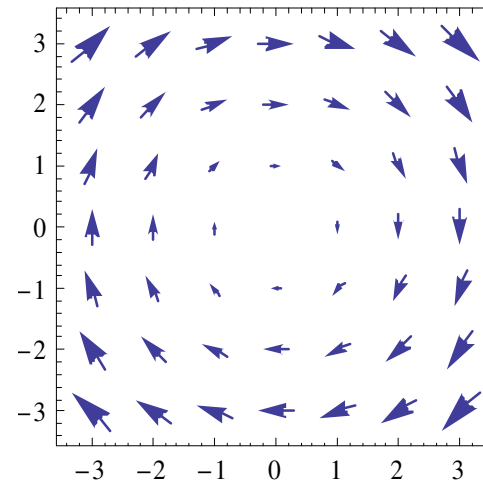


Хомогено је оно поље које **не** зависи од просторних координата,
а **стационарно** оно које **не** зависи од времена.

	а) Скаларно поље	б) Векторско поље
1. хомогено и стационарно	$T[K] = C_1$	$\vec{P} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$
2. нехомогено и стационарно	$T[K] = C_2 x^2 y e^{-z}$	$\vec{P} = 3x\vec{i} + z\vec{j} - y^2\vec{k}$
3. хомогено и нестационарно	$T[K] = C_3 \sin t$	$\vec{P} = t\vec{i} + \sin t\vec{j} - 2\cos t\vec{k}$
4. нехомогено и нестационарно	$T[K] = C_4 zy \cos t$	$\vec{P} = -xyt^2\vec{i} + z\vec{j} + 3\sin t \cos y\vec{k}$



б1



б2

Лоренцова сила: $\vec{F}_L = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$

Други Њутнов закон: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots \vec{F}_n$, $\frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt}$ 0

$m \frac{d\vec{v}}{dt} \equiv m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots \vec{F}_n$

Однос електростатичке и гравитационе силе између два електрона:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}}{\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \gamma} \frac{e^2}{m^2} \sim 10^{42}$$

Убрзање електрона услед Земљине гравитације: $g \sim 10 \text{ m/s}^2$

Типично убрзање електрона услед Лоренцове силе: $ma = qE \rightarrow a = \frac{qE}{m} \sim 10^{14} \text{ m/s}^2$

Занемаривање губитака енергије услед израчивања $\sim 10^{-16} \text{ eV/ns}$

Кретање наелектрисане честице у хомогеном и стационарном електричном пољу

$$m\vec{a} = q\vec{E}$$

$$m\vec{a} = ma_x\vec{i} + ma_y\vec{j} + ma_z\vec{k}$$

$$q\vec{E} = qE_x\vec{i} + qE_y\vec{j} + qE_z\vec{k}$$

$$ma_x = qE_x \xrightarrow{a_x = dv_x/dt} ma_x = m \frac{dv_x}{dt} = qE_x \longrightarrow dv_x = \frac{qE_x}{m} dt$$

$$ma_y = qE_y$$

$$ma_z = qE_z$$

$$v_x = \frac{qE_x}{m}t + C_1 \longrightarrow v_{x0} = \frac{qE_x}{m} \cdot 0 + C_1 \longrightarrow v_x = \frac{qE_x}{m}t + v_{x0}$$

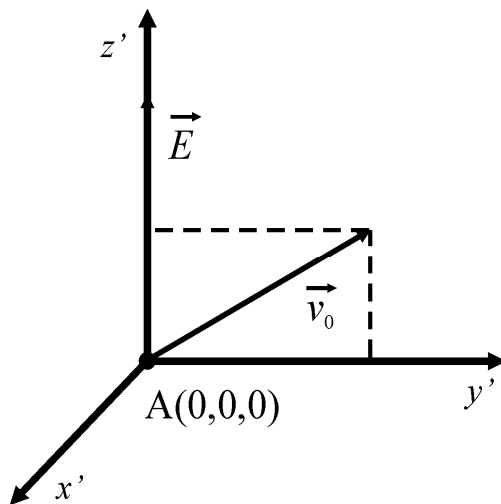
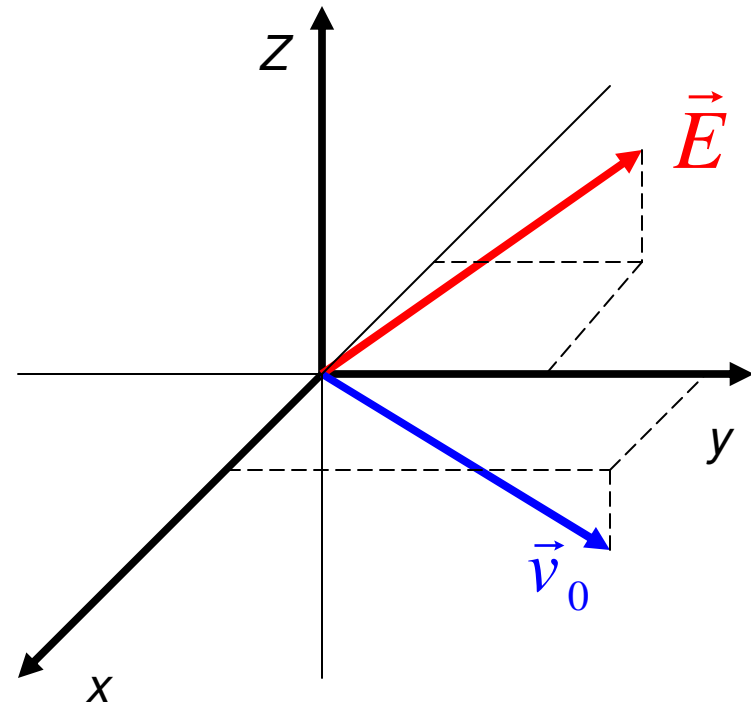
$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{qE_x}{m}t + v_{x0} \quad dx = \left(\frac{qE_x}{m}t + v_{x0} \right) dt \quad x = \int \frac{qE_x}{m}t dt + \int v_{x0} dt \quad x = \frac{qE_x}{m} \frac{t^2}{2} + v_{x0}t + C_2$$

$$x = \frac{qE_x t^2}{2m} + v_{x0}t + x_0$$

$$2\sqrt{x_0} \frac{1}{2} \left(\sqrt{x-x_0} \sqrt{x} + x_0 \ln \frac{\sqrt{x-x_0} + \sqrt{x}}{\sqrt{x_0}} \right) = t\sqrt{2\alpha} + C_2$$

за $t=0 \quad x=x_0, \longrightarrow C_2=0$ Пример

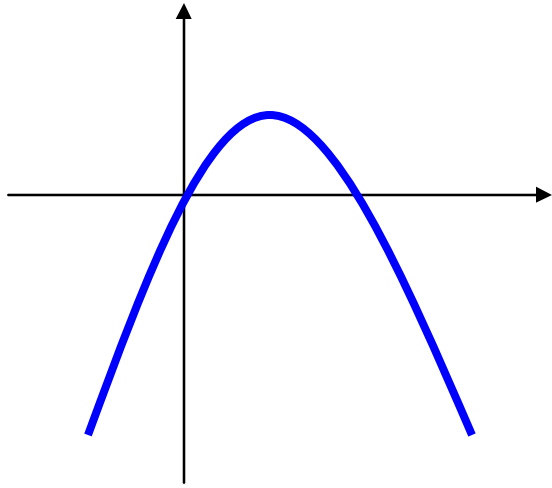
$$\begin{aligned}
 x &= \frac{qE_x t^2}{2m} + v_{x0}t + x_0 & v_x &= \frac{qE_x}{m}t + v_{x0} \\
 y &= \frac{qE_y t^2}{2m} + v_{y0}t + y_0 & v_y &= \frac{qE_y}{m}t + v_{y0} \\
 z &= \frac{qE_z t^2}{2m} + v_{z0}t + z_0 & v_z &= \frac{qE_z}{m}t + v_{z0}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 ma'_x &= 0 \\
 ma'_y &= 0 \\
 ma'_z &= qE'_z
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x' &= 0, & v'_x &= 0 \\
 y' &= v'_{y0}t, & v'_y &= v'_{y0} \\
 z' &= \frac{qE'_z t^2}{2m} + v'_{z0}t, & v'_z &= \frac{qE'_z t}{m} + v'_{z0}
 \end{aligned}$$

$$t = \frac{y'}{v'_{y0}} \rightarrow z' = \frac{qE'_z}{2m} \left(\frac{y'}{v'_{y0}} \right)^2 + v'_{z0} \frac{y'}{v'_{y0}} = A(y')^2 + By' \rightarrow \text{Парабола}$$



Трајекторија нерелативистичке наелектрисане честице која се креће у хомогеном и стационарном **електричном** пољу је, у општем случају, **парабола**.

(аналогија са косим хицем)

$$\vec{F} = -\text{grad}U = -\left(\vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) U = q\vec{E} = qE_x \vec{i}$$

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi$$

$$\frac{dU}{dx} = -qE_x \quad U_2 - U_1 = \Delta U = qE_x(x_1 - x_2) = q(\varphi_2 - \varphi_1) \quad x_1 = 0, x_2 = x, \varphi_1 = 0, \varphi_2 = \varphi$$

$$T = A = -\Delta U = qx E_x = q\varphi$$

Кретање наелектрисане честице у хомогеном и стационарном магнетном пољу

$$m\vec{a} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{s} = q\vec{v} \times \vec{B} \cdot \vec{v} dt = 0.$$

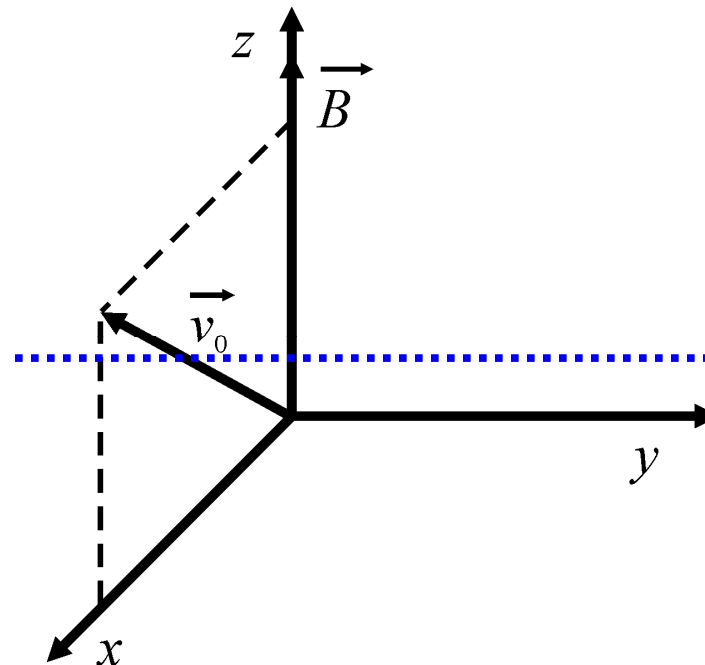
Стационарно магнетно поље не може да врши рад над наелектрисаном честицом (последично, ни да јој мења кинетичку енергију).

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \vec{i}(v_y B_z - v_z B_y) - \vec{j}(v_x B_z - v_z B_x) + \vec{k}(v_x B_y - v_y B_x),$$

$$ma_x = q(v_y B_z - v_z B_y)$$

$$ma_y = q(v_z B_x - v_x B_z)$$

$$ma_z = q(v_x B_y - v_y B_x)$$



$$ma_x = qv_y B_z$$

$$ma_y = -qv_x B_z$$

$$ma_z = 0$$

$$z = v_{z0}t + C_2$$

$$v_y = \frac{m}{qB_z} \frac{dv_x}{dt}$$

$$m \frac{d}{dt} \left(\frac{m}{qB_z} \frac{dv_x}{dt} \right) = -qv_x B_z$$

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} + \omega^2 v_x = 0, \quad \omega = \frac{qB_z}{m}$$

$$v_x = e^{rt} \quad \left(\frac{d^2 v_x}{dt^2} = r^2 e^{rt} \right)$$

$$e^{rt} (r^2 + \omega^2) = 0$$

$$r_1 = +i\omega \quad r_2 = -i\omega$$

$$v_x = C_3 e^{i\omega t} + C_4 e^{-i\omega t}$$

$$v_y = iC_3 e^{i\omega t} - iC_4 e^{-i\omega t}$$

$$t = 0 \rightarrow v_x = v_{x0}, \quad v_y = 0$$

$$\begin{aligned} C_3 + C_4 &= v_{x0} \\ iC_3 - iC_4 &= 0 \end{aligned} \rightarrow C_3 = C_4 = \frac{v_{x0}}{2} \quad \begin{pmatrix} e^{ix} + e^{-ix} = 2 \cos x \\ e^{ix} - e^{-ix} = 2i \sin x \end{pmatrix}$$

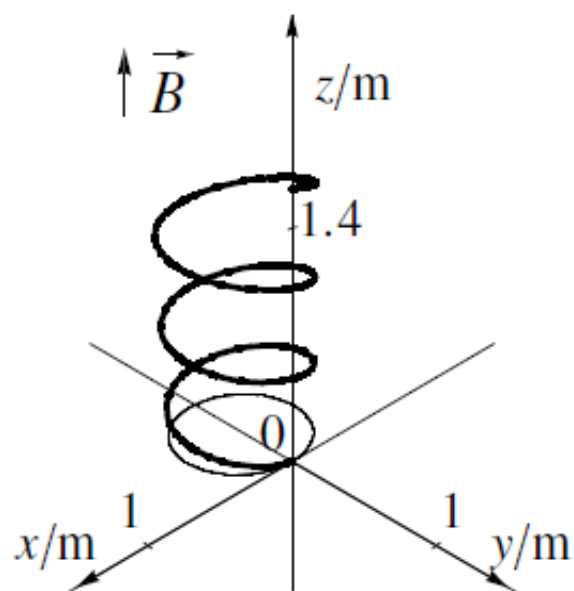
$$v_x = C_3 (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) = \frac{v_{x0}}{2} (2 \cos \omega t) = v_{x0} \cos \omega t$$

$$v_y = iC_3 (e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}) = i \frac{v_{x0}}{2} 2i \sin \omega t = -v_{x0} \sin \omega t$$

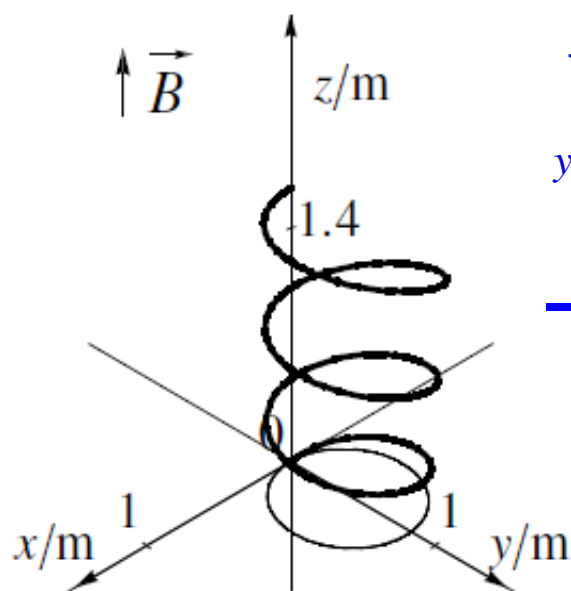
$$x = \int v_{x0} \cos \omega t dt = \frac{v_{x0}}{\omega} \sin \omega t + C_5$$

$$y = -\int v_{x0} \sin \omega t dt = \frac{v_{x0}}{\omega} \cos \omega t + C_6$$

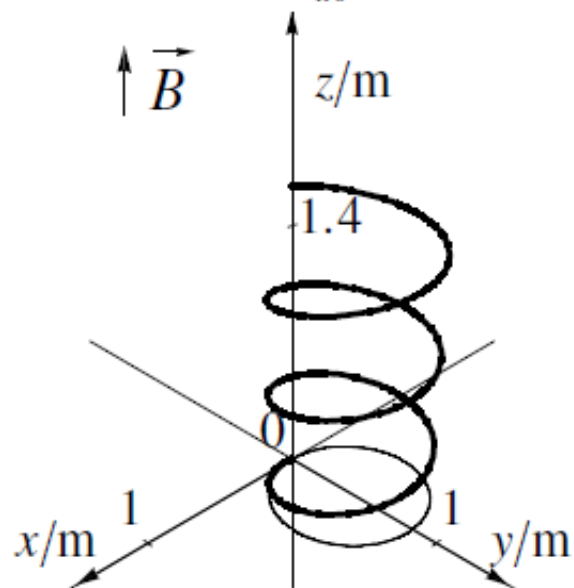
$$C_5 = 0 \quad C_6 = -\frac{v_{x0}}{\omega}$$



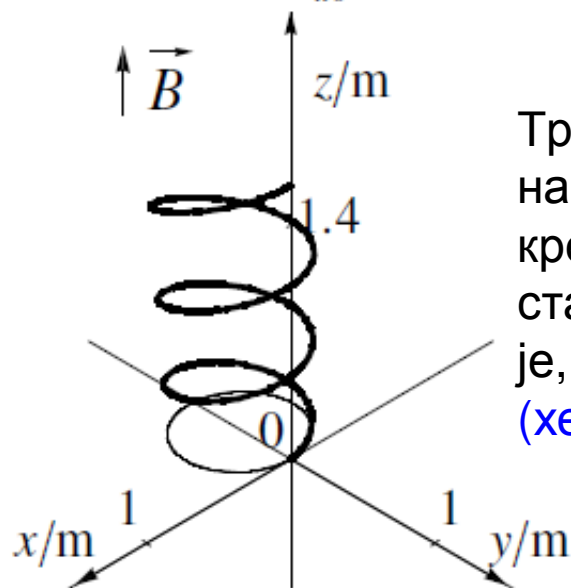
$$q > 0, v_{x0} > 0$$



$$q > 0, v_{x0} < 0$$



$$q < 0, v_{x0} > 0$$



$$q < 0, v_{x0} < 0$$

$$x = \frac{v_{x0}}{\omega} \sin \omega t$$

$$v_x = v_{x0} \cos \omega t$$

$$y = \frac{v_{x0}}{\omega} \cos \omega t - \frac{v_{x0}}{\omega}$$

$$v_y = -v_{x0} \sin \omega t$$

$$z = v_{z0} t$$

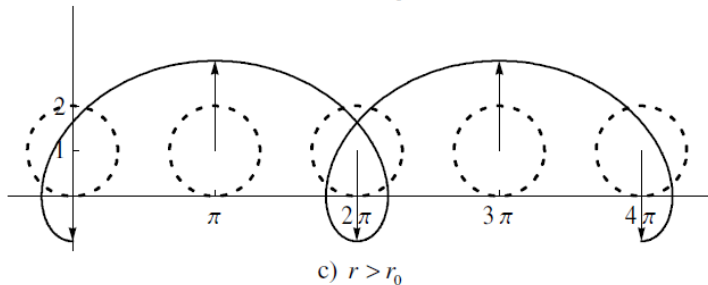
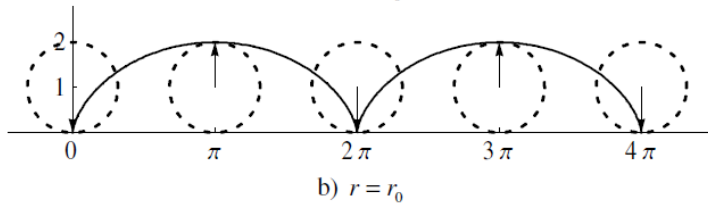
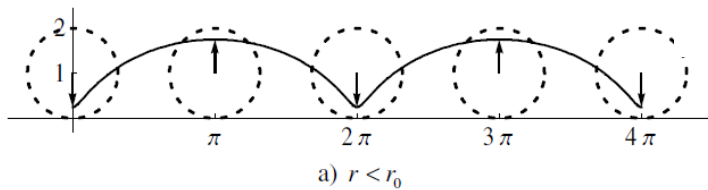
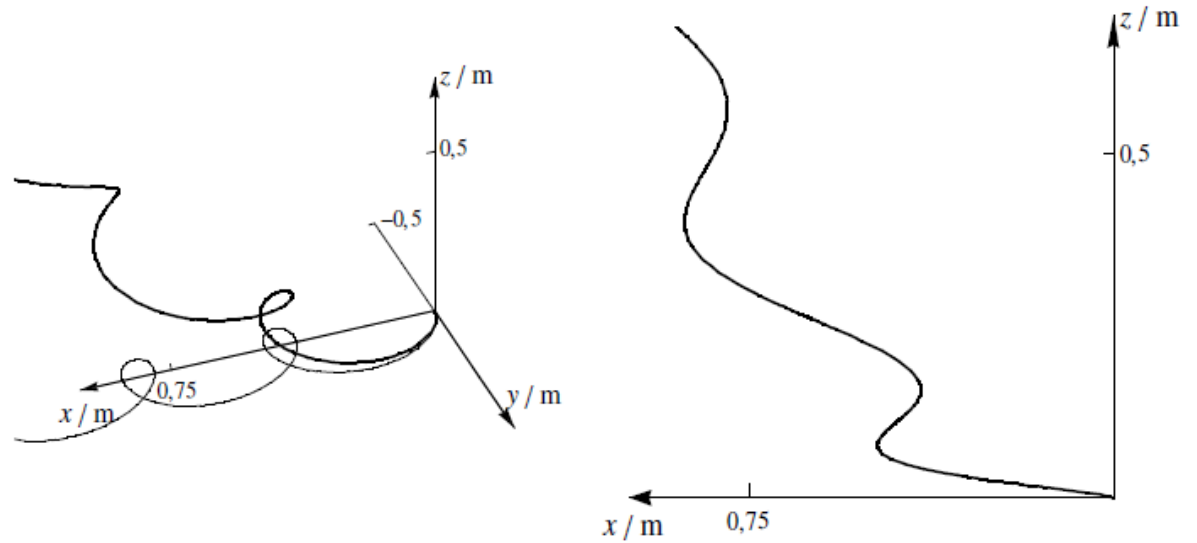
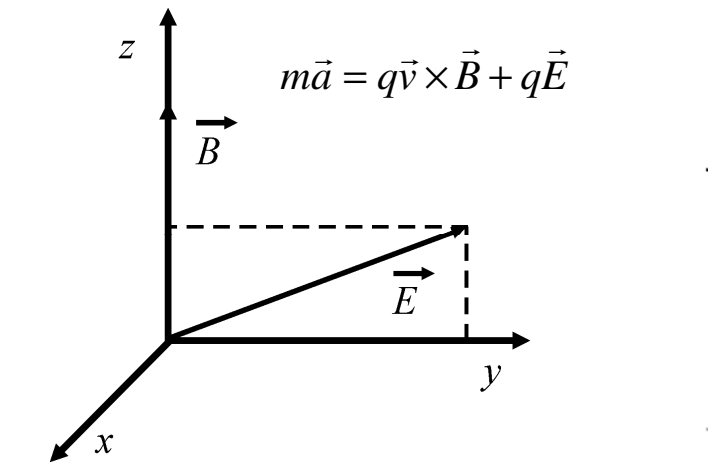
$$v_z = v_{z0}$$

$$x^2 + \left(y + \frac{v_{x0}}{\omega} \right)^2 = \left(\frac{v_{x0}}{\omega} \right)^2$$

$$R = \left| \frac{v_{x0}}{\omega} \right|$$

Трајекторија нерелативистичке наелектрисане честице која се креће у хомогеном и стационарном **магнетном** пољу је, у општем случају, **завојница** (хеликоида).

Кретање наелектрисане честице у хомогеном и стационарном **електричном** и **магнетном** пољу

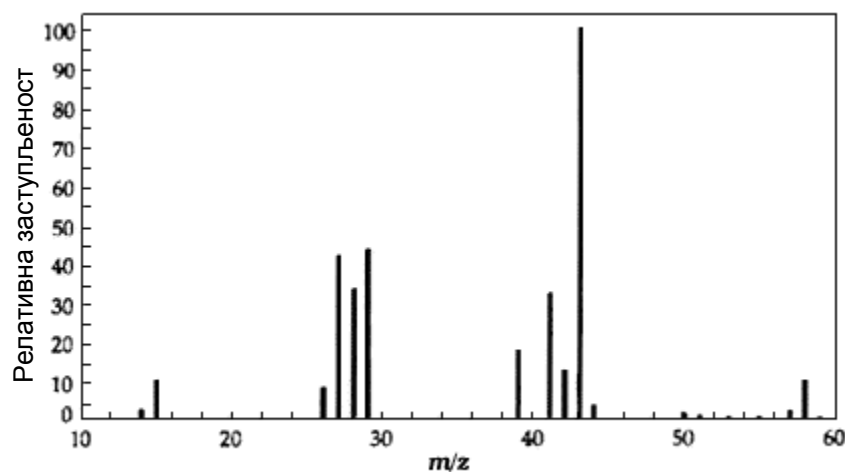
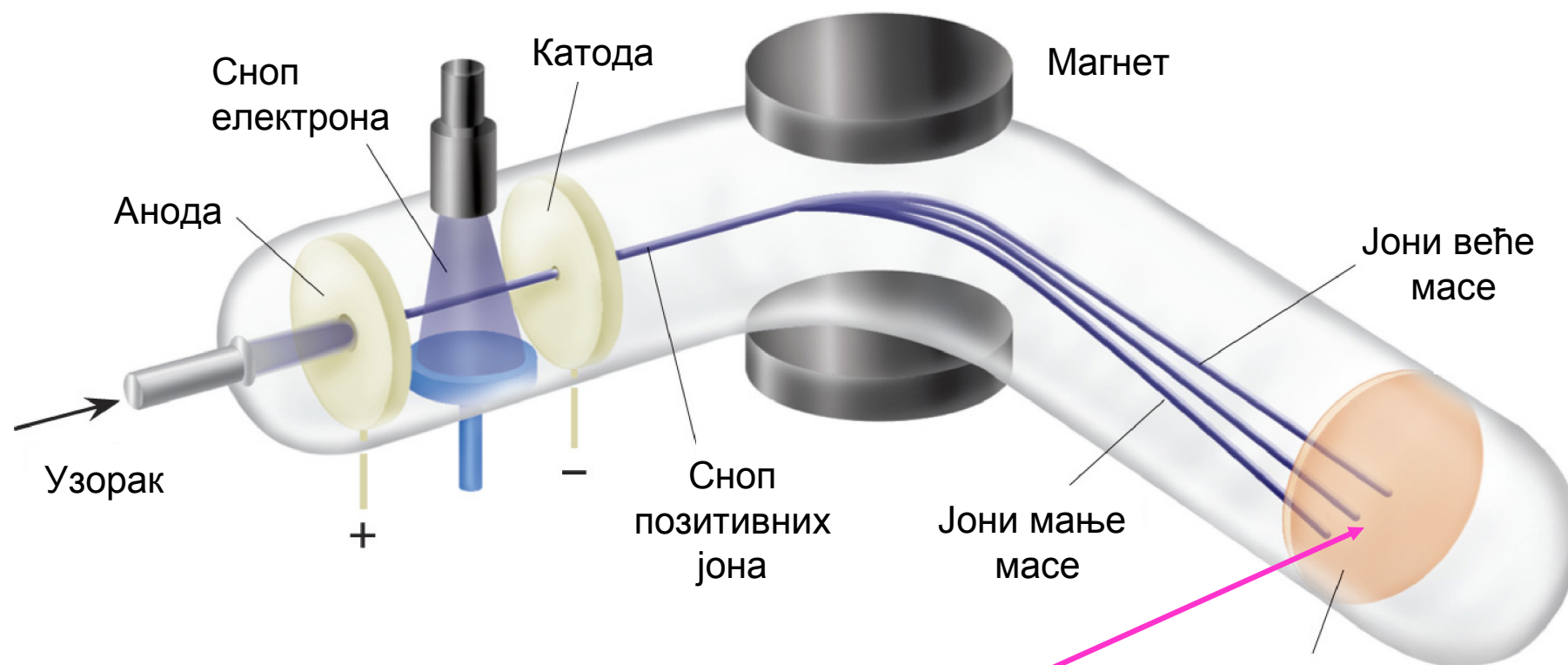


$$x = \frac{E_y t}{B_z} - \frac{1}{\omega} \left(\frac{E_y}{B_z} - v_{x0} \right) \sin \omega t + \frac{v_{y0}}{\omega} (1 - \cos \omega t)$$

$$y = \frac{1}{\omega} \left(\frac{E_y}{B_z} - v_{x0} \right) (1 - \cos \omega t) + \frac{v_{y0}}{\omega} \sin \omega t$$

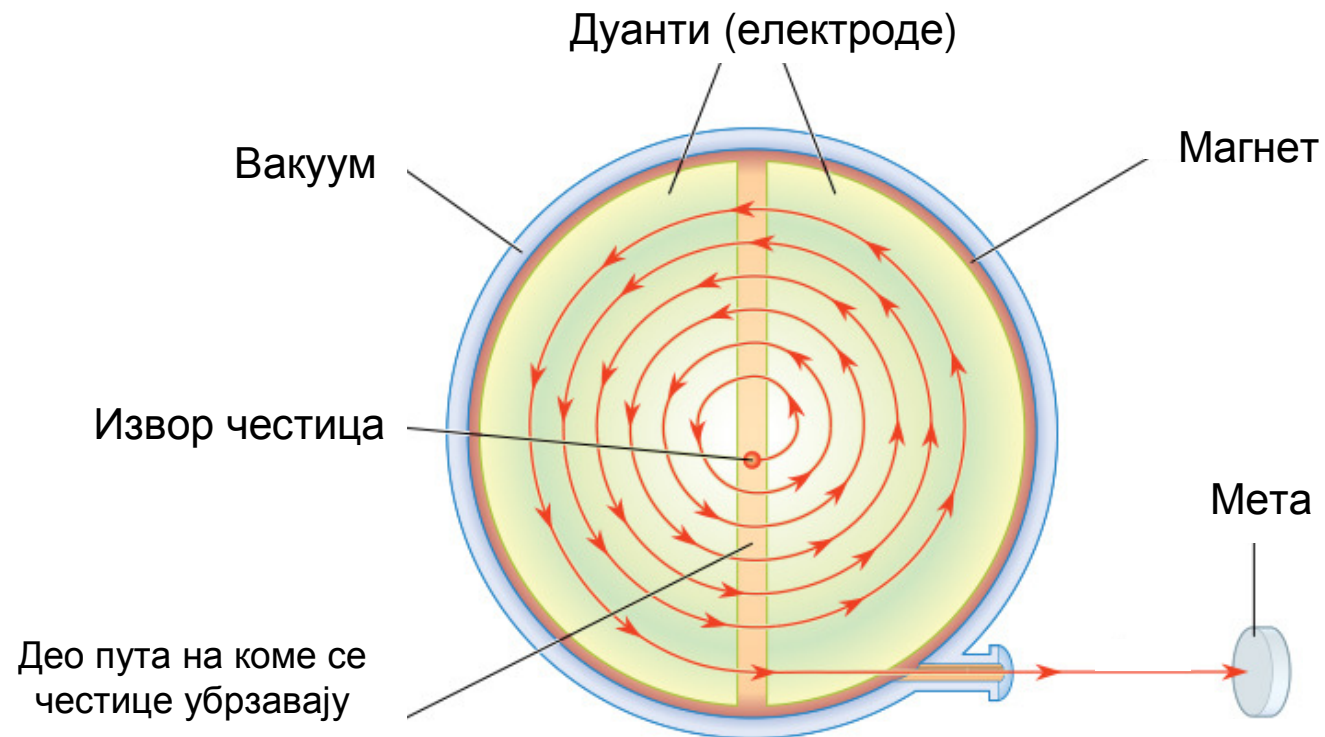
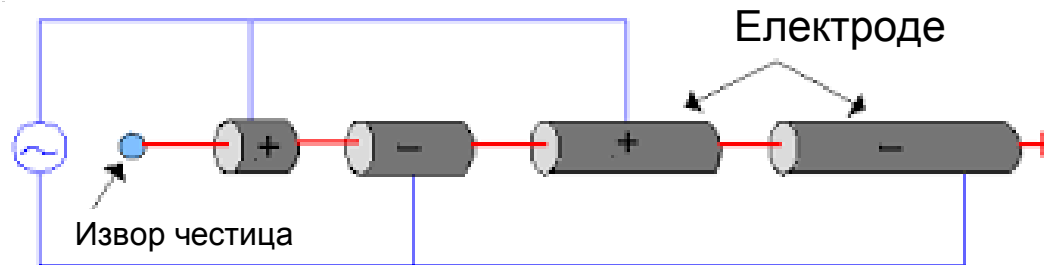
$$z = \frac{qE_z}{2m} t^2 + v_{z0} t$$

Пројекција трајекторије је **трохоида**.



Принцип рада
масеног спектрометра

Акцелератори





Поларна светлост

Механизам настајања

