Миликенов оглед

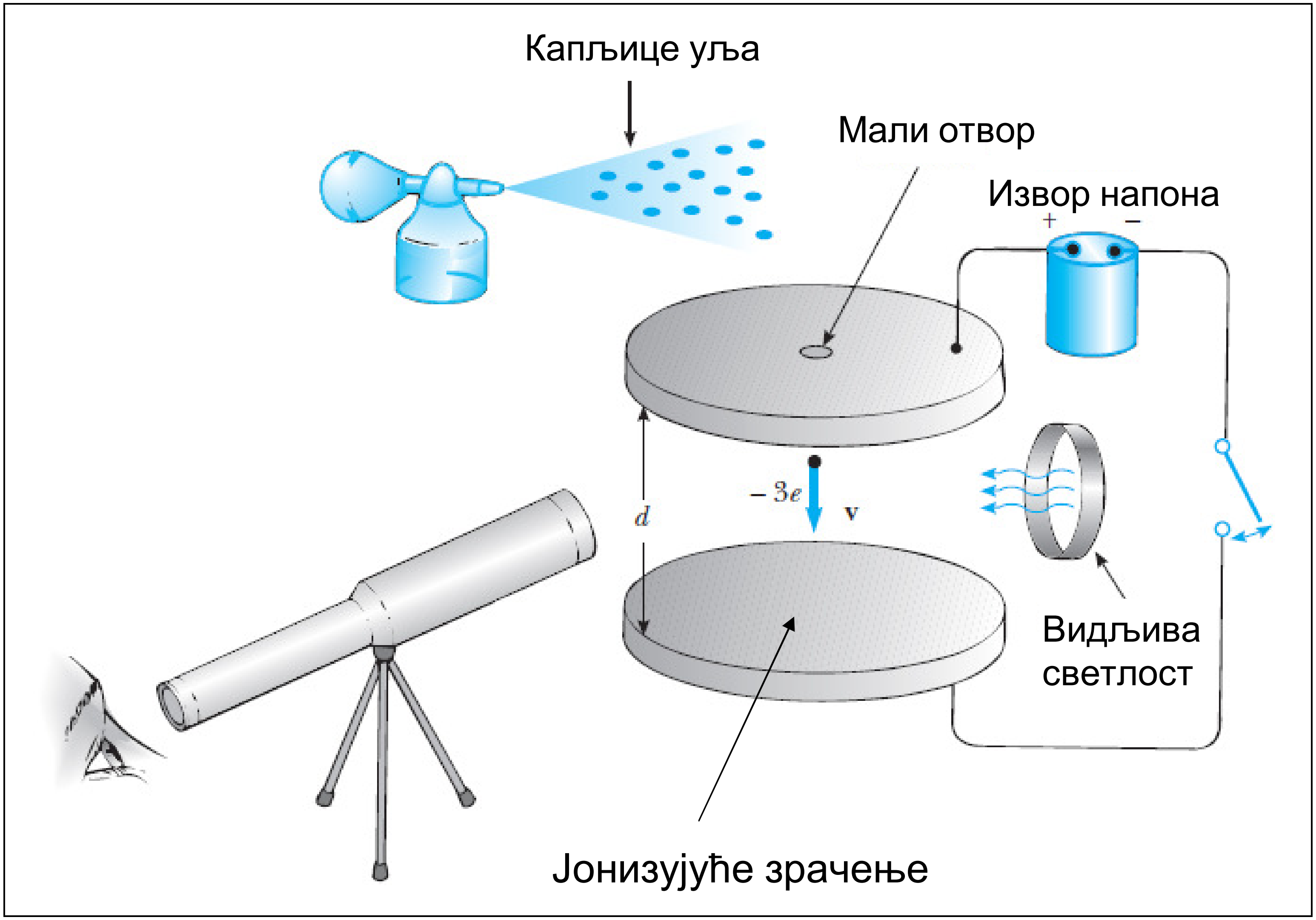
Robert Andrews Millikan (1868-1953) је добио **Нобелову награду за физику 1923**. године за одређивање елементарног наелектрисања и за рад на фотоелектричном ефекту.

$$e = +1{,}602\ 176\ 487(40) \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

(Миликенов резултат, од пре сто година, је **99%** данас прихваћене вредности)

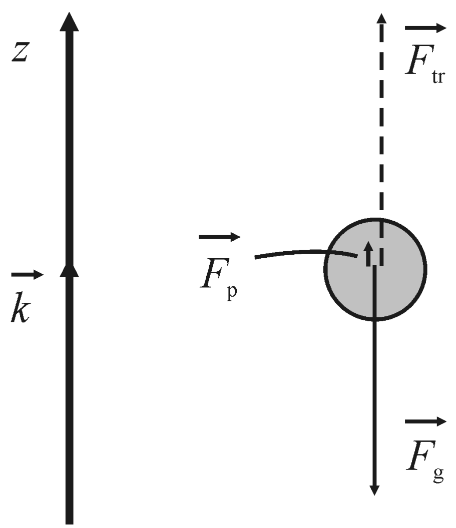
$$q_{\text{електрона}} = -e$$

Серијом чувених експеримената (1909-1913) Миликен је показао да је елементарно наелектрисање константна величина и одредио његову вредност. У тим огледима он је посматрао кретање наелектрисаних капљица уља у ваздуху под утицајем Земљиног гравитационог поља и хомогеног електростатичког поља.



Шематски приказ коришћене апаратуре

Кретање капљице уља у гравитационом пољу (1)



$\vec{v} = v_{1z}\vec{k}, \quad v_{1z} \le 0!$

$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots \vec{F}_n \quad \rightarrow \quad m_{\mathrm{k}}\vec{a}_1 = \vec{F}_{\mathrm{g}} + \vec{F}_{\mathrm{p}} + \vec{F}_{\mathrm{tr}}$$

$$m_{\mathrm{k}}\vec{a}_1 = -m_{\mathrm{k}} g\vec{k} + m_{\mathrm{v}} g\vec{k} - 6\pi\eta r_{\mathrm{k}} v_{1z}\vec{k}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \vec{a}_1 = a_{1x}\vec{i} + a_{1y}\vec{j} + a_{1z}\vec{k} \\ \rightarrow a_{1x} = a_{1y} = 0 \end{array}}$$

$$m_{\mathrm{k}} a_{1z} = -m_{\mathrm{k}} g + m_{\mathrm{v}} g - 6\pi\eta r_{\mathrm{k}} v_{1z}$$

$t = 0$

$$m_{\mathrm{k}} \frac{\mathrm{d}v_{1z}}{\mathrm{d}t} = A + B v_{1z}$$

$t > t_{kr} \sim 1\,\mathrm{ms}$

$a_{1z} \downarrow$

$v_{1z} \downarrow$

$A < 0$

$B < 0$

$$-m_{\mathrm{k}} g + m_{\mathrm{v}} g - 6\pi \eta r_{\mathrm{k}} v_{1\mathrm{kr}} = 0$$

$$\boxed{v_{1\mathrm{kr}} = \frac{(m_{\mathrm{v}} - m_{\mathrm{k}}) g}{6\pi \eta r_{\mathrm{k}}}, \; v_{1\mathrm{kr}} < 0!}$$

$$m_{\mathrm{v}} = \rho_{\mathrm{v}} V_{\mathrm{k}} = \rho_{\mathrm{v}} \frac{4}{3} r_{\mathrm{k}}^3 \pi, \quad m_{\mathrm{k}} = \rho_{\mathrm{k}} V_{\mathrm{k}} = \rho_{\mathrm{k}} \frac{4}{3} r_{\mathrm{k}}^3 \pi \quad \longrightarrow \quad v_{1\mathrm{kr}} = \frac{2 r_{\mathrm{k}}^2 g (\rho_{\mathrm{v}} - \rho_{\mathrm{k}})}{9\eta}$$

$$r_{\mathrm{k}} = \sqrt{\frac{9\eta v_{1\mathrm{kr}}}{2g(\rho_{\mathrm{v}} - \rho_{\mathrm{k}})}}$$

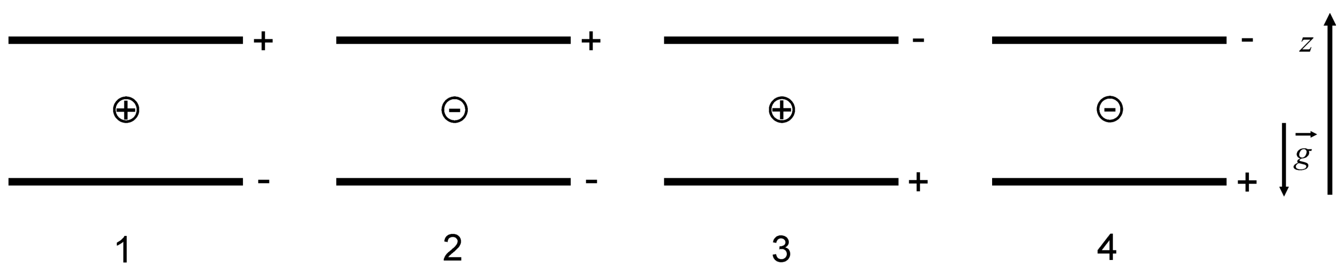
Кретање капљице уља у гравитационом и хомогеном електростатичком пољу (2)

$$m_\mathrm{k}\vec{a}_2 = \vec{F}_\mathrm{g} + \vec{F}_\mathrm{p} + \vec{F}_\mathrm{tr} + \vec{F}_\mathrm{e} \qquad \vec{F}_\mathrm{e} = q\vec{E}$$

$$\vec{F}_\mathrm{g} + \vec{F}_\mathrm{p} = -m_\mathrm{k} g\vec{k} + m_\mathrm{v} g\vec{k} = 6\pi\eta r_\mathrm{k} v_\mathrm{1kr}\vec{k}$$

$$m_\mathrm{k}\vec{a}_2 = 0 = 6\pi\eta r_\mathrm{k} v_\mathrm{1kr}\vec{k} - 6\pi\eta r_\mathrm{k} v_\mathrm{2kr}\vec{k} + qE_z\vec{k}$$

$$\boxed{v_\mathrm{2kr} = v_\mathrm{1kr} + \frac{qE_z}{6\pi\eta r_\mathrm{k}}}$$



$$v_{2\mathrm{kr}} = v_{1\mathrm{kr}} + \frac{qE_z}{6\pi\eta r_\mathrm{k}}, \quad r_\mathrm{k} = \sqrt{\frac{9\eta v_{1\mathrm{kr}}}{2g(\rho_\mathrm{v} - \rho_\mathrm{k})}}$$

$$q = \frac{6\pi\eta r_\mathrm{k}}{E_z}(v_{\mathrm{kr,e}} - v_{\mathrm{kr,g}}) = \frac{9\pi}{E_z}\sqrt{\frac{2\eta^3 v_{\mathrm{kr,g}}}{g(\rho_\mathrm{v} - \rho_\mathrm{k})}}(v_{\mathrm{kr,e}} - v_{\mathrm{kr,g}})$$

$$\Delta q \equiv q' - q = \frac{9\pi}{E_z}\sqrt{\frac{2\eta^3 v_{\mathrm{kr,g}}}{g(\rho_\mathrm{v} - \rho_\mathrm{k})}}(v'_{\mathrm{kr,e}} - v_{\mathrm{kr,e}})$$

$$v_\downarrow \equiv v_{\mathrm{kr},\downarrow} = v_{\mathrm{kr,g}} + \frac{qE_z}{6\pi\eta r_\mathrm{k}} \qquad E'_z = -E_z$$

$$v_\uparrow \equiv v_{\mathrm{kr},\uparrow} = v_{\mathrm{kr,g}} + \frac{qE'_z}{6\pi\eta r_\mathrm{k}} = v_{\mathrm{kr,g}} - \frac{qE_z}{6\pi\eta r_\mathrm{k}}$$

$$(v_\downarrow + v_\uparrow) = 2v_{\mathrm{kr,g}} \rightarrow r_\mathrm{k} = \sqrt{\frac{9\eta(v_\downarrow + v_\uparrow)}{4g(\rho_\mathrm{v} - \rho_\mathrm{k})}}$$

$$(v_\downarrow - v_\uparrow) = \frac{2qE_z}{6\pi\eta r_\mathrm{k}}$$

$$q = \frac{6\pi\eta r_\mathrm{k}(v_\downarrow - v_\uparrow)}{2E_z} = \frac{9\pi}{2E_z}(v_\downarrow - v_\uparrow)\sqrt{\frac{\eta^3(v_\downarrow + v_\uparrow)}{g(\rho_\mathrm{v} - \rho_\mathrm{k})}}$$

Корекција Стоксовог закона

$$F_{\mathrm{tr}} = -\frac{6\pi \eta r_{\mathrm{k}} v_z}{f}, \quad f \geq 1 \qquad f \equiv f\left(\frac{l}{r_{\mathrm{k}}}\right) = \left(1 + A\left(\frac{l}{r_{\mathrm{k}}}\right) + B\left(\frac{l}{r_{\mathrm{k}}}\right)^2 + \ldots\right) \sim 1 + A\left(\frac{l}{r_{\mathrm{k}}}\right)$$

l је средњи слободни пут у средини кроз коју се креће капљица

$$v_{\mathrm{kr,g}}^{\mathrm{mer}} = \frac{(m_{\mathrm{v}} - m_{\mathrm{k}})g}{6\pi \eta r_{\mathrm{k}}} f = v_{\mathrm{kr,g}} f$$

$$v_{\mathrm{kr,e}}^{\mathrm{mer}} = v_{\mathrm{kr,e}} f$$

$$q^{\mathrm{kor}} = \frac{9\pi}{E_z}\sqrt{\frac{2\eta^3 (v_{\mathrm{kr,g}}^{\mathrm{mer}} / f)}{g(\rho_{\mathrm{v}} - \rho_{\mathrm{k}})}}(v_{\mathrm{kr,e}}^{\mathrm{mer}} / f - v_{\mathrm{kr,g}}^{\mathrm{mer}} / f) = \frac{q^{\mathrm{mer}}}{f^{3/2}}$$

$$(q^{\mathrm{mer}})^{2/3} = f\,(q^{\mathrm{kor}})^{2/3} \sim$$

$$\sim (q^{\mathrm{kor}})^{2/3} + A\frac{l}{r_{\mathrm{k}}}(q^{\mathrm{kor}})^{2/3}$$