

Raspad genetski zavisnih radionuklida

Jovan Milosevic 2015/0072

Kada se jedno jezgro raspada i prelazi u drugo onda nastali potomak može biti stabilan ili radioaktivan. Ako je radioaktivan onda on može imati vreme poluraspada duže, jednako ili kraće od vremena poluraspada pretka. Broj jezgara potomka u nekom momentu vremena t i njegova aktivnost zavise od pretka i njegovog raspada, dok se sam predak nezavisano raspada. U tom smislu može nastati nekoliko tipičnih slučajeva.

Cilj ovog programa je da pokušamo da dobijemo iste grafičke zavisnosti kao i u knjizi pri istim uslovima. Takođe program služi za računanje aktivnosti radionukleida nakon određenog vremena ako su nam poznate konstante raspada (vremena poluraspada) i početni broj radionukleida koji se raspada.

1) Prolazna (privremena) ravnoteža.

Ako su brzine raspadanja pretka i potomka takve da se predak raspada sporije ali da su im radioaktivne konstante uporedive, tj. $\lambda_1 < \lambda_2$, onda će količina potomka na početku rasti, dostići maksimum, a onda opadati po zakonu raspada roditeljskog izotopa. Naime, ako se pođe od toga da je $N_2^0 = 0$ za dati odnos konstanti raspada i posle dovoljno dugog vremena, t može se pisati

$$e^{-\lambda_2 t} \ll e^{-\lambda_1 t}$$

Ako se u obzir uzme jednačina za kinetiku raspada nukleida:

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

Ona postaje:

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 e^{-\lambda_1 t}$$

Grafički prikaz: - Određivanje aktivnosti radionukleida nakon određenog vremena

Aktivnost potomka se meri tako što je:

$$A_2 = \lambda_2 N_2 = N_2 = \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

Aktivnost pretka se meri tako što je:

$$A_1 = \lambda_1 N_1 = \lambda_1 N_1^0 e^{-\lambda_1 t}$$

Primer iz knjige: Izotop ^{140}Ba ($t_{1/2} = 12,75$ dana) raspada se dajući ^{140}La ($t_{1/2} = 40,3$ h). Uzeto je da je početni broj atoma ^{140}Ba $N_1^0 = 30\,000$.

Da bi se odredila vremena poluraspada iz ukupne aktivnosti ova se odredi na osnovu jednačine:

$$A = A_1 + A_2 = \lambda_1 N_1^0 e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

Ako je vreme t dovoljno veliko, onda ukupna zavisnost prelazi u $A = A_\infty$, pa nam je $e^{-\lambda_2 t} \approx 0$

$$A_\infty = A_1 + A_2 = (\lambda_1 N_1^0 + \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0) e^{-\lambda_1 t}$$

Konstanta raspada potomka, λ_2 , određuje se tako što se nađe razlika $A_\infty - A$:

$$A_\infty - A = \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 e^{-\lambda_2 t}$$

Poređenje rezultata iz knjige:

Znamo da su vreme poluraspada i konstanta raspada povezani jednačinom:

$$t_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda}$$

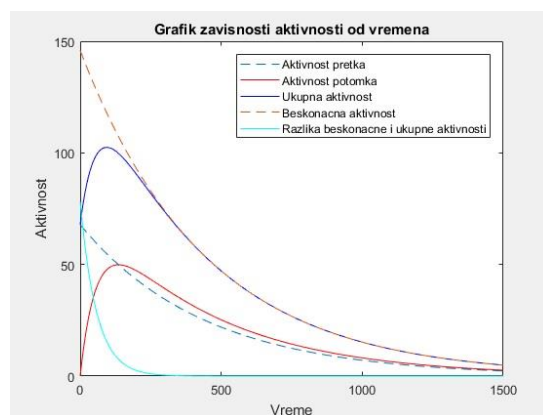
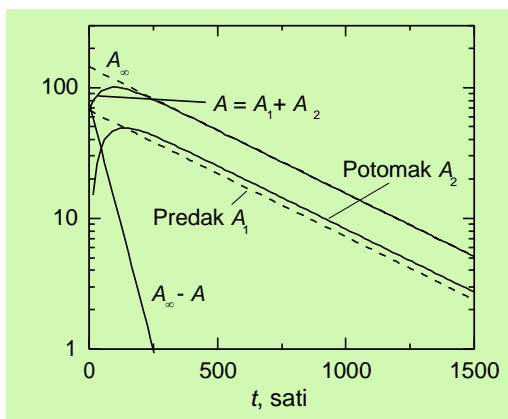
$$^{140}\text{Ba} (t_{1/2} = 12,75 \text{ dana}) \Rightarrow \lambda_1 = 0.00226 \frac{1}{\text{h}}$$

$$^{140}\text{La} (t_{1/2} = 40,3 \text{ h}) \Rightarrow \lambda_2 = 0.0172 \frac{1}{\text{h}}$$

$$N^0 = 30\,000$$

$$t = 1500 \text{ h}$$

Poređenje dobijenih grafika iz knjige i u programu:



Vidimo da se grafik iz knjige relativno dobro slaže sa dobijenim grafikom.

2) Slučaj nepostojanja ravnoteže.

Ovaj slučaj se javlja kada se roditelj raspada znatno brže od potomka, tj. kada je $\lambda_1 > \lambda_2$. U praksi su takvi slučajevi česti kod uzastopnih raspada produkata fisije u nuklearnom reaktoru. Tada je jasno da se ravnoteža ne može uspostaviti jer je brzina kojom se stvara potomak veća od brzine njegovog nestajanja u procesu sopstvenog raspada. Usled toga njegova količina, pa time i aktivnost, stalno rastu i dostižu maksimum u vremenu koje je neophodno da se predak skoro potpuno raspadne. Zato raspad ide tako da se praktično raspadne samo predak, a onda se raspada potomak.

Grafički prikaz: - Određivanje aktivnosti radionukleida nakon određenog vremena

Aktivnost potomka se meri tako što je:

$$A_2 = \lambda_2 N_2 = N_2 = \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

Aktivnost pretka se meri tako što je:

$$A_1 = \lambda_1 N_1 = \lambda_1 N_1^0 e^{-\lambda_1 t}$$

I ovde se polazi od ukupne aktivnosti, pa se nađe A_∞ kad $t \rightarrow \infty$, $\lambda_1 > \lambda_2$, kao i uz uslov $e^{-\lambda_1 t} \rightarrow 0$

$$A_\infty = \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_1^0 e^{-\lambda_2 t}$$

Dalje se postupa slično kao i ranije, nađe $A - A_\infty$:

$$A - A_\infty = (\lambda_1 N_1^0 + \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0) e^{-\lambda_1 t}$$

Poređenje rezultata iz knjige:

Znamo da su vreme poluraspada i konstanta raspada povezani jednačinom:

$$t_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda}$$

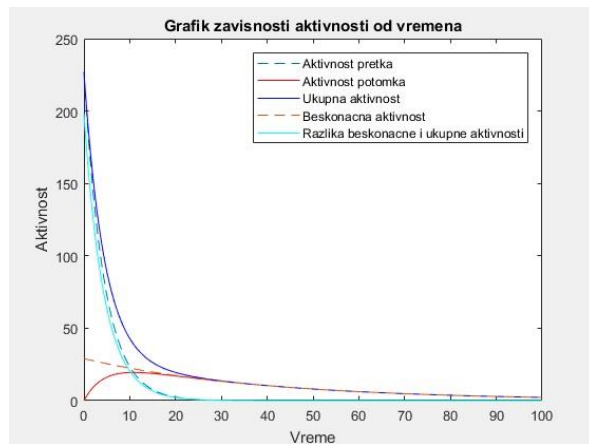
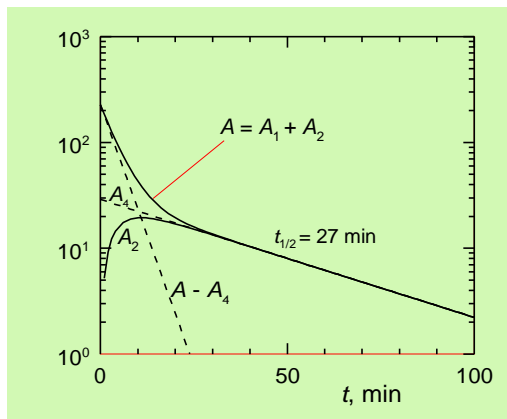
$$^{218}\text{Po} (t_{1/2} = 3,05 \text{ min}) \Rightarrow \lambda_1 = 0.227 \frac{1}{\text{min}}$$

$$^{214}\text{Pb} (t_{1/2} = 27 \text{ min}) \Rightarrow \lambda_2 = 0.0257 \frac{1}{\text{min}}$$

$N^0 = 1000$ - vrednost uzeta otprilike jer nema u knjizi

$t = 100 \text{ min}$

Poređenje grafika iz knjige i dobijenih u programu:



Vidimo da se grafik iz knjige relativno dobro slaže sa grafikom iz programa.