

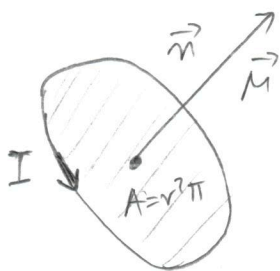
АТОМ - ОРБИТНИ И СПИНСКИ МАГНЕТИЗАМ

- Магнетно поле произведено се кретањем електричних односно ток ом електричне струје (у слободном простору)
- Магнетно поле (магнетна индукција, магнетизам материје) приписује се постојећим микроструја у материји - то су Амперове струје
- Порекло магнетизма? Показује орбитног и спинског магнетизма, њихово међусобно дејство и њихове интеракције са спољним магнетним полем.

Магнетни момент атома водоника

Магнетни момент струјне контуре →

контурни проводник кроз који протиче струја је једнак магнет $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{IS}{b^3}$ на осм контуре



↓
пропорционалан величини површине А која описује контуру и величини струје I која кроз њу протиче:

$$\vec{M} = I A \vec{n} = r^2 \pi I \vec{n}$$

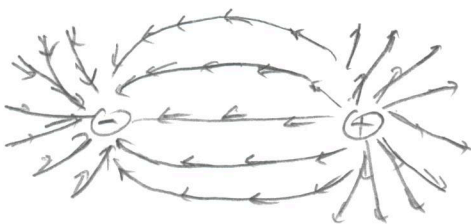
(смер: правило д.е. руке, $\vec{n}$ јединични вектор нормалан на равни)

Електрични дипол

- Два електрична $+q$ и $-q$ на растојању $|\vec{r}|$. Диполни момент:

$$\vec{M}_e = q \cdot \vec{r}$$

$\vec{r}$ положај позитивног $+$ односно на негативни електрицитет



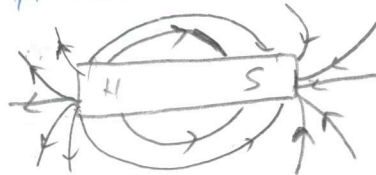
од $+$ ка $-$ отворање

У електричном пољу на $\pm q$ дејствују силе $\vec{F}_{\pm} = \pm q \vec{E}$

Линије електричног поља почињу на $+$ и имају крај на $-$ (отворање линије - безвратно поље)

Магнетни дипол (момент)

Сличног привидног или координатног струјне контуре има магнетни момент, $\vec{M}$, па се у пољу магнетне индукције $\vec{B}$ понаша слично ел. диполу у електричном пољу.



од N ка S затворање

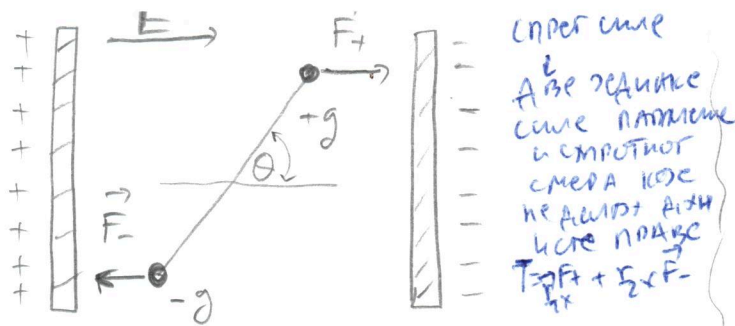


Магнетни момент
штапицамагнетета

$$\vec{M}_{mag} = I A \vec{n}$$

$$\vec{M}_e = q \vec{r}$$

Линије магнетног поља - затворене линије излазе из јавног $+$ и враћају се у јавно $-$ имају правца вектора $\vec{B}$ у свакој тачки пролазе кроз магнет - затворање линије вртложно поље



спрег силе
Ако се ради о
силе паралелне
и супротних
смера које
не дају ази
ноте праже
 $\vec{T} = \vec{F}_+ + \vec{F}_-$

силе паралелне или супротних
смера $\Rightarrow$ формирају спрег
чиш се момент:

$$\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F}_+ = q \vec{r} \times \vec{E}$$

$$\vec{T} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Хомогено праже може изазвати само
ротационо или не и транслационо
кретање електричног дипола

• Потенцијална енергија ел.
дипола у хомогеном ел. пражу

$$U = -\vec{F}_+ \cdot \vec{r} = -q \vec{E} \cdot \vec{r} = -q \vec{r} \cdot \vec{E}$$

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos \theta$$

Микроскопски момент
се изражава архимиде

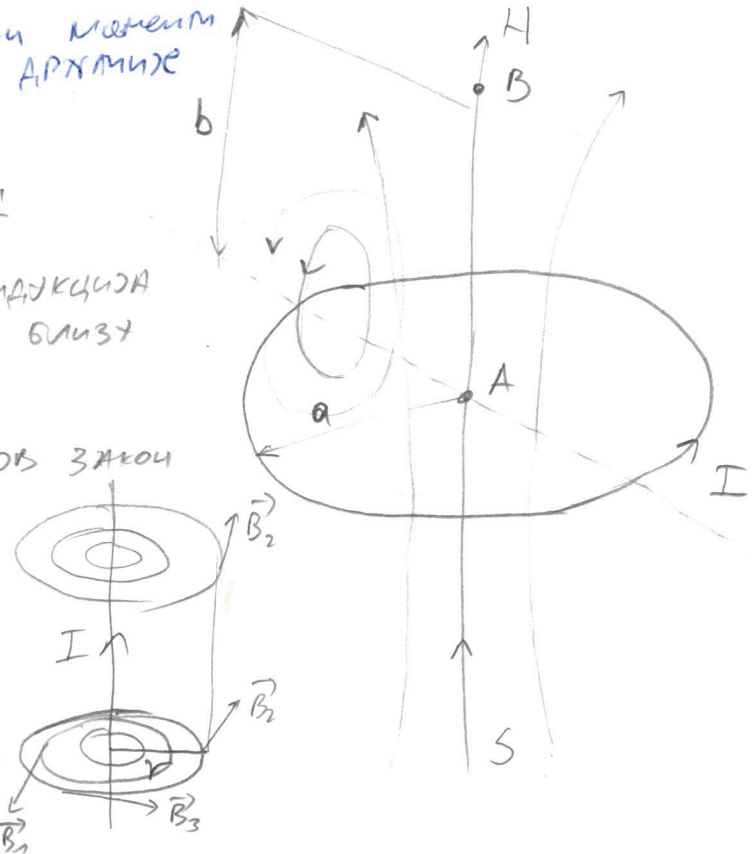
ЗА ДУГМКИ
ПРАВОЛИНИЈСКИ
ПРОВОДНИК

МАГНЕТИНА ИНДУКЦИЈА
У НЕКОЈ ТУКИ БЛИЗУ
ПРОВОДНИКА

БИО - САВАРОВ ЗАКОН

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$$



ЛАПЛАСОВ ЗАКОН.
(ЗА БИЛО КОЈИ ПРОВОДНИК)

$$B_A = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{a}$$

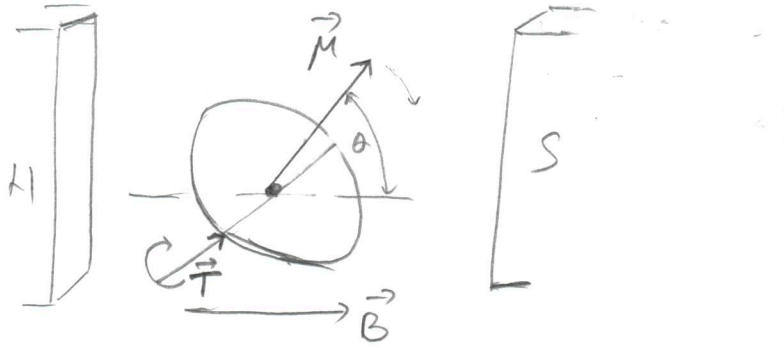
$$B_B = \frac{\mu_0}{2} \frac{Ia^2}{(a^2 + b^2)^{3/2}}$$

$$b \gg a$$

$$B_B = \frac{\mu_0}{2} \frac{Ia^2}{b^3}$$

$$= \frac{\mu_0 I \pi a^2}{2\pi b^3} S$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{IS}{b^3} \vec{m}_{mag}$$



НА СТРОЈУ КОНТУРА У МАГНЕТИНОМ ПРАЖУ
ДЕЈУЈЕ СПРЕГ СИЛА

$$\vec{T} = \vec{M} \times \vec{B} = I A \vec{n} \times \vec{B}$$

Хомогено магнетно праже може изазвати
само ротационо кретање магнетног
дипола.

Магнетни дипол (магнетни момент) усме-
рава се паралелно магнетном пражу које
дејује на њега (слично као електрични
дипол у електричном пражу)

$$U = -\vec{m}_{mag} \cdot \vec{B} = -m_{mag} B \cos \theta$$

Орбитни магнетни момент

Аналогия са макроскопском струјном контуром која има

↓
магнетни момент $\vec{\mu}$ особине магнетног дипола

↓
Електрон, кружећи по Боровој орбити, изазива појаву

Орбитног магнетног момента

Електронска орбита заправо представља микроскопску струјну контуру кроз коју протиче Амперова струја. Израз за магнетни момент

$$\vec{\mu}_e = I \vec{A} \quad |\vec{\mu}_e| = I A$$

I струја коју ствара електрон кружећи по орбити, а $\vec{A}$ вектор који је нормалан на равни орбите и чија је интензитет једнак површини коју орбита општаје, а смер му је одређен током струје (супротан од смера кретања e^-) по правилу десне руке. $\vec{\mu} \parallel \vec{A}$ па је и магнетни момент нормалан на равни орбите.

Јачина струје (колицина наелектрисања која прође кроз пресек проводника за јединицу времена) за e^- (који опише један круг за време T):

$$I = \frac{dq}{dt} = -\frac{e}{T} = -\frac{e\omega}{2\pi}$$
$$= -\frac{e|\vec{v}|}{2\pi m v^2} = -\frac{e|\vec{v}|}{2\pi A}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \frac{2\pi}{\omega} \\ |\vec{v}| = m\omega r = m\omega r^2 \\ \omega = \frac{|\vec{v}|}{mr^2} \end{array} \right.$$

$$\vec{\mu}_e = -\frac{e|\vec{v}|}{2\pi A} \vec{A} = -\frac{e}{2m} e \vec{m}$$

$$|\vec{v}| = \vec{v}$$

$$\boxed{\vec{\mu}_e = -\frac{e}{2m} \vec{e}}$$

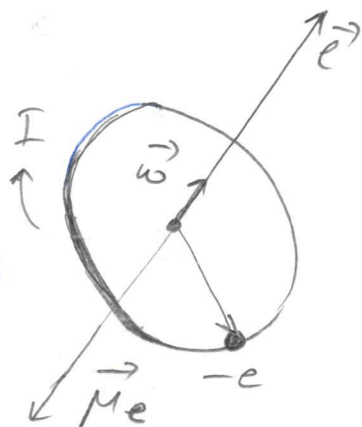
→ Орбитни магнетни момент пропорционалан је орбитном угловом моменту и антипаралелан њему

- $\vec{\mu}_e$ магнетни момент - кротно кретање наелектрисања
- $\vec{e}$ углови момент - кротно кретање масе

• Магнетомеханички или гиромагнетни однос

$$\boxed{g_e = \frac{\vec{\mu}_e}{\vec{e}} = -\frac{e}{2m} = -8,79402 \cdot 10^{10} \frac{C}{kg}}$$

не зависи од особина орбите
нераскидива веза магнетног и орбитног угловог момента преко $-e$ и m (особина електрона).



Угачни момент се квантуван:

момент

• Бор $\vec{L} = n\hbar \vec{e}_0$

• Бор-Зомерванд $\vec{p}_p = n\hbar \vec{A}_p$ ($\vec{p}_e \equiv \vec{e}$)

• Квантна механика $\vec{e} = \sqrt{l(l+1)} \hbar \vec{e}_0$

$|\vec{e}| = \sqrt{l(l+1)} \hbar$

Орбитни магнетни момент се кент пропорционални на $\vec{e}$ па се исто квантуван.

$\vec{\mu}_o = \mu_e \vec{e} = -\frac{e}{2m} \vec{e} = -\frac{e}{2m} \sqrt{l(l+1)} \hbar \vec{e}_0$

$\hookrightarrow -\frac{\mu_B}{\hbar} \vec{e} = -\sqrt{l(l+1)} \left(\frac{e\hbar}{2m}\right) \vec{e}_0 = -\sqrt{l(l+1)} \mu_B \vec{e}_0$

$|\vec{\mu}_e| = \sqrt{l(l+1)} \mu_B$

$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9,27401 \cdot 10^{-24} [\text{J T}^{-1} = \text{Am}^2]$
 БОРОВ МАГНЕТОН $\frac{\text{J} \cdot \text{m}}{\text{kg} \cdot \text{s}} = \text{Am}^2$

Магнетни момент се вклучува на исти начин као и угачни момент, т.е. што е исто $\hbar$, квант Боров магнетон μ_B

Узрок парамагнетизма ових атома се постоје сопственог електронског магнетног момента кои се придржува електронског спин. $\Rightarrow$ слична прича као за орбитне моменти.

• Али то ние ротација око сопствене осе електрона!

$\vec{\mu}_s = \mu_s \vec{S}$

Пошто ст ~~масе~~ маса и инелектричане исти очекивало би се да се $\mu_s = \mu_e$.

Меѓутим: $\mu_s \approx 2,0023 \mu_e \rightarrow$ То се не може објаснит класичном представом о ротацији електрона око сопствене осе.

За теориско објаснување треба взет гледишта својства е- и релативистичке ефекте - Диракове равенки

$\mu_s = 2\mu_e$ - разлика и ние постои услед дејства е- са сопственим радијационим ласет Квантна електродинамика QED.

$g_s = \frac{\mu_s}{\mu_e}$

$\rightarrow$ одстапите нуклеарног дипола сваког система од орбитног нуклеарног дипола - Ландеов g -фактор

$g_s = 2,0023 \approx 2$

Сваког пар $\vec{L}$ и $\vec{S}$ магнетни, придржува се g -фактор

$\vec{\mu}_s = g_s \mu_e \vec{S} = -g_s \mu_B \vec{S}$

~~$\mu_s = -\frac{e\hbar}{2m} \vec{S}$~~

$\mu_s = -\frac{e\hbar}{m} \vec{S} = 2\mu_e = g_s \mu_e$

Списки магнетни и угачни момент електрона се однесува као $\frac{e}{m}$ па се нивова веза и нивова постоје тогиче, основна особина електрона.

Прецесия и ориентация (орбитног и спинског)

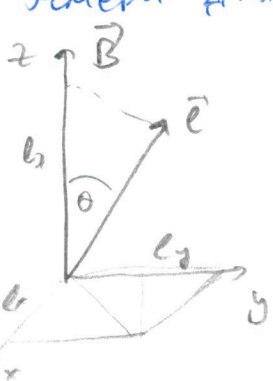
МАГНЕТОГ МОМЕНТА У МАГНЕТОМ ПОЉУ

У хомогеном магнетном пољу индукције $\vec{B}$, на орбити магнетни момент $\vec{\mu}_e$, дејује момент спрота силе $\vec{M}$, који имају да семери вектор $\vec{\mu}_e$ паралелно пољу $\vec{B}$

$$\vec{M} = \vec{\mu}_e \times \vec{B}$$

$$U = -\mu_e B \cos \theta$$

Магнетни момент имао би најмању пот. енергију када би био паралелан пољу. Пошто је орбитно магнетно крмента придружен орбити јачини момент $\vec{e}$ магнетни момент идег так тако да се семери дуж правца дејуюћа поља $\vec{B}$:



$$\vec{M} = \frac{d\vec{e}}{dt}$$

$$\vec{M} = \mu_e \vec{e}$$

$$\frac{d\vec{e}}{dt} = \mu_e \vec{e} \times \vec{B}$$

$$\vec{e} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ e_x & e_y & e_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\frac{de_x}{dt} = \mu_e e_y B_z$$

$$e_y = \frac{1}{\mu_e B_z} \frac{de_x}{dt}$$

$$\frac{de_y}{dt} = -\mu_e e_x B_z$$

$$\frac{de_z}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2 e_x}{dt^2} + \mu_e^2 B_z^2 e_x = 0$$

$$e_x = e^{-\gamma t} \quad r^2 e^{-\gamma t} + \omega_L e^{-\gamma t} = 0$$

$$\gamma = i\omega_L$$

$$e_z = e_{z0} = |\vec{e}| \cos \theta$$

$$e_x = A_1 e^{-i\omega_L t} + A_2 e^{i\omega_L t}$$

$$e_y = -|\vec{e}| \sin \theta \sin(\omega_L t)$$

$$= |\vec{e}| \sin \theta \sin(-\omega_L t)$$

$$e_x = e_{x0} \cos \omega_L t = |\vec{e}| \sin \theta \cos \omega_L t$$

$$e_x = |\vec{e}| \sin \theta \cos(\omega_L t) \quad e_y = |\vec{e}| \sin \theta \sin(-\omega_L t) \quad e_z = |\vec{e}| \cos \theta$$

① θ константно $\Rightarrow$ магнетни момент у хомогеном магнетном пољу не мења смер

$$e_x^2 + e_y^2 = |\vec{e}|^2 \sin^2 \theta = r^2 \quad \triangleq \text{радијуса круга}$$

$\Rightarrow$ Проекција вектора $\vec{e}$ на xy равни крмичи у пој равни (негативни знак код $\sin$)

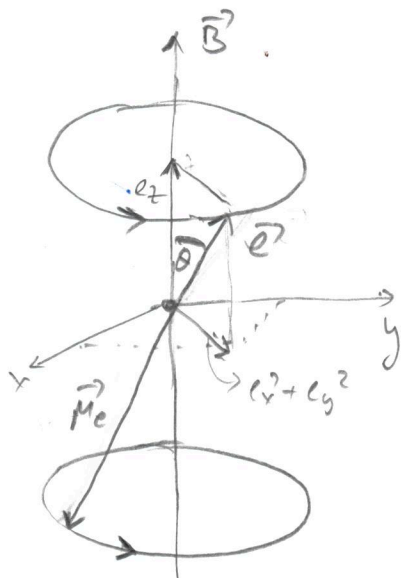
фреквенцијом

$$\omega_{L,e} = -\mu_e B_z$$

Вектор $\vec{e}$ (знаки и вектор $\vec{\mu}_e$) прецесује око правца спавајућег магнетног поља фреквенцијом $\omega_{L,e}$ — Ларморова фреквенција. $\mu_e < 0$ $\omega_{L,e} > 0$ је позитивна:

$$\vec{\omega}_{L,e} = -\mu_e \vec{B}$$

ротација одређена правном деке дтхе.



Ориентация орбиталног момента и магнетног момен

Питање угла θ који орбитални момент замиња са правцем спољашњег поља,

Ориентација вектора $\vec{L}$ у простору није произвољна већ је одређена условима просторног квантовања

Квантна механика

$$|\vec{L}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad L_z = m_l \hbar \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1, \quad m_l = -l, -(l-1), \dots, +l$$

Када се у простору дефинише одређени правац (овде правац $\vec{B}$) пројекција орбиталног момента на тај правац је квантована.

То значи да су дозвољене само дискретне вредности угла θ :

$$\cos \theta = \frac{m_l}{l} \quad L_z = |\vec{L}| \frac{m_l}{l} \quad |\vec{L}| = l\hbar$$

$$L_z = m_l \hbar$$

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

$$\cos \theta = \frac{m_l \hbar}{\sqrt{l(l+1)}\hbar} = \frac{L_z}{|\vec{L}|}$$

Магнетни момент:

$$\vec{\mu}_L = \mu_B \frac{\vec{L}}{\hbar}$$

$$\mu_{Lz} = +\mu_B \frac{L_z}{\hbar} = m_l \mu_B \rightarrow \mu_{Lz} = -\mu_B \frac{L_z}{\hbar} = -\frac{e\hbar}{2m} \frac{L_z}{\hbar}$$

$$\mu_{Lz} = -m_l \mu_B$$

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

Вектор $\vec{\mu}_L$ прецесује око $\vec{B}$, M_x и M_y се померају у временском интервалу $\vec{M}_x + i\vec{M}_y = 0$ и не опаша се експериментално. Али M_z се не мења током времена и има дискретне вредности, може експериментално да се мери. То непосредно следи из израза за енергију интеракције магнетног поља и момента

$$U = -\vec{\mu}_e \cdot \vec{B} = -(\mu_e B \cos \theta) \mu_{e2}$$

$$U = -\mu_{e2} B$$

$$U = \mu_B B$$

← магнетичен квантум броев μ_e квантизу се енергия интеракције орбиталног магнетног момента и спољашњег магнетног поља

Прецесија и ориентација спинског магнетног момента у спољашњем магнетном пољу

АНАЛОГИЈА:

$$\omega_{L,S} = -\gamma_S B_z$$

$$\vec{\omega}_{L,S} = -\gamma_S \vec{B}$$

Ларморова фреквенција спина електрона

$$\omega_{L,S} \approx 2\omega_{L,e}$$

$$S_z = m_s \hbar$$

$$m_s = \pm \frac{1}{2}$$

проекција спинског тачног момента

$$\vec{\mu}_S = -g_S \mu_B \frac{\vec{S}}{\hbar}$$

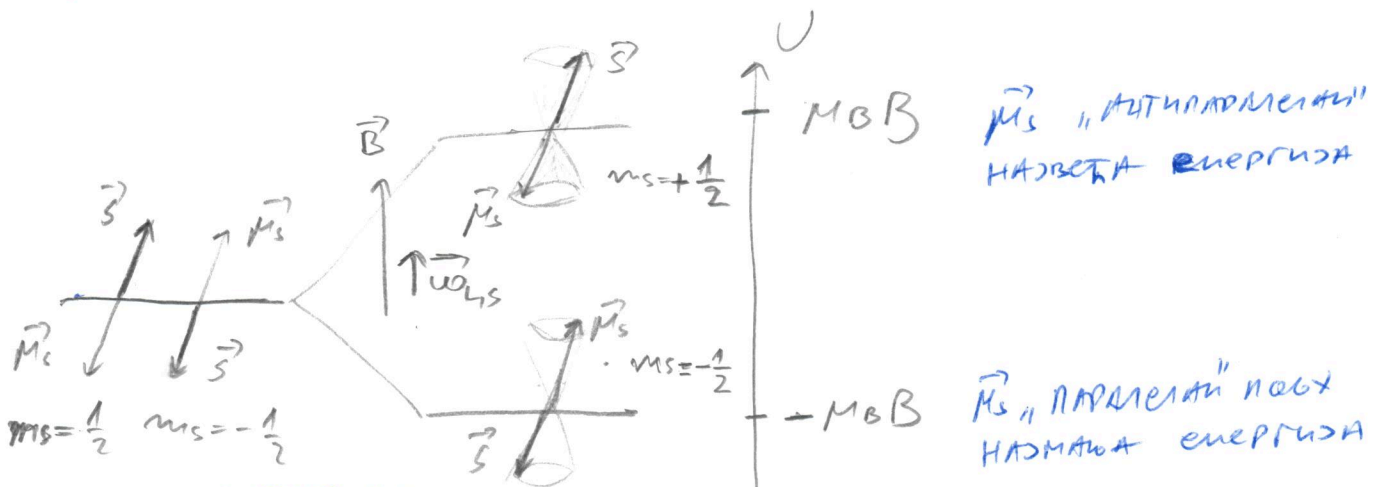
$$\vec{\mu}_S = \mu_S \vec{S}$$

магнетички спински тачни момент
 $\mu_B = \frac{e \hbar}{2m}$ $\gamma_S = g_S \cdot \mu_e = g_S \frac{e}{2m}$

$$\mu_{S,z} = -g_S \mu_B \frac{S_z}{\hbar} = -g_S \mu_B m_s$$

$$U = -\vec{\mu}_S \cdot \vec{B}$$

$$U = -\mu_{S,z} B = g_S m_s \mu_B B$$



Стања су дегенерациона имају исту енергију. Без магнетног поља нема прецесије.

Магнетно поље узрокује дегенерацију → спинско стање се депа на два нивоа. Прецесија постоји остале оријентације нису могуће.

$$\begin{aligned}
 l_x &= A_1 e^{+i\omega_L t} + A_2 e^{-i\omega_L t} = A_1 (\cos \omega_L t + i \sin \omega_L t) + A_2 (\cos \omega_L t - i \sin \omega_L t) \\
 &= \underbrace{(A_1 + A_2)}_C \cos \omega_L t + i \underbrace{(A_2 - A_1)}_D \sin \omega_L t = C \cos \omega_L t + D \sin \omega_L t
 \end{aligned}$$

$$l_y = \frac{\hbar}{\omega_L} \frac{d l_x}{dt}$$

$$t=0 \quad l_x = |\vec{e}| \sin \theta$$

$$|\vec{e}| \sin \theta = C \cos 0 + D \sin 0 \quad C = |\vec{e}| \sin \theta$$

$$l_y = -C \sin \omega_L t + D \cos \omega_L t$$

$$t=0 \quad l_y = 0$$

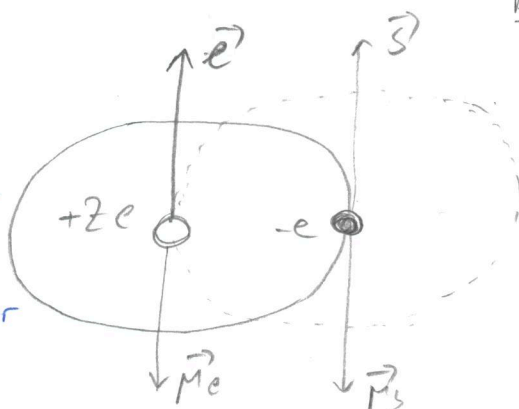
$$-|\vec{e}| \sin \theta \sin 0 + D \cos 0 = 0$$

$$l_x = |\vec{e}| \sin \theta \cos \omega_L t \quad l_y = -|\vec{e}| \sin \theta \sin \omega_L t$$

- Спин - орбитна интеракција

Магнетно поле на месту електрона настаје као последица кретања електрона око наелектрисаног језгра.

Разматрамо дескто овог локалног поља на спин електрона.



$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I}{R}$$

$$I = - \frac{e e}{2\pi m r^2}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ze}{m r^2} \vec{e}$$

без извођака
последица релативног кретања +Ze језгра и -e електрона

Као и у спазаштем паху спински магнетни момент испољреномо прецесује и поставља се у једини да две могуће оријентације и у овом локалном магнетном пољу.

Енергија интеракције $\vec{\mu}_s$ и $\vec{B}$ је:

$$U_{fs} = - \vec{\mu}_s \cdot \vec{B} = - \mu_s \vec{S} \cdot \vec{B} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ze^2}{m^2 r^2} \vec{e} \cdot \vec{S}$$

$$\mu_s = \frac{e}{m}$$

$$\vec{B} \sim \vec{e} \text{ и } \vec{\mu}_s \sim \vec{S}$$

Ова интеракција се испољава као уздигнуто деловање спинског + главног и орбитног деловог момента па се назива **СПИН-ОРБИТНА ИНТЕРАКЦИЈА** или **СПИН-ОРБИТНА СПРЕГА**.

$$U_{e,s} = a \frac{\vec{e} \cdot \vec{S}}{r^2}$$

a - константа спин-орбитне спреге.
мерио зхине ове спреге.

$$a = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \frac{Ze^2 \hbar^2}{m r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2 \hbar^2}{2m^2 r^3 c^2}$$

$$\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$$

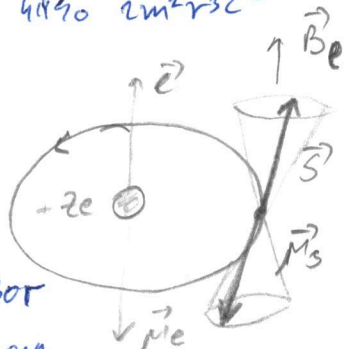
a зависи од r и Z, ми r ниде спино (осим за Боров модел), а и r зависи од Z. Потребно је изразити а средњу вредност $\frac{1}{r^3}$.

$$r = 4\pi\epsilon_0 \frac{n^2 \hbar^2}{Z m^2}$$

Јединица је једна за атоме водониковог типа. Апроксимација на основу Боровог модела

$$a = E_0 \alpha^2 \frac{Z^4}{n^6} \approx 1.16 \cdot 10^{-22} \frac{Z^4}{n^6}$$

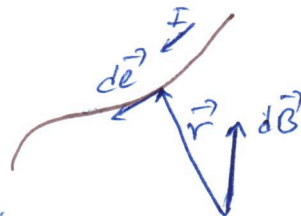
$$\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$



- пропорционална са Z^4 па се гетко јачава код H, расте еа порастом Z брзо.
- опада са порастом главног квантног броја - мање успање линија
- преба размотрим $\vec{e} \cdot \vec{S}$ - квантиа прирда $\Rightarrow$ векторски модел атома

Біо - Савар или Лапласов закон

Магнетна индукција $d\vec{B}$ у тачки М на растојању $\vec{r}$ од елемента струне контуре произвољног облика $d\vec{l}$, кроз коју протиче струја I одређена је изразом:



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dl \sin \theta}{r^2}$$

Затворена кружна контура

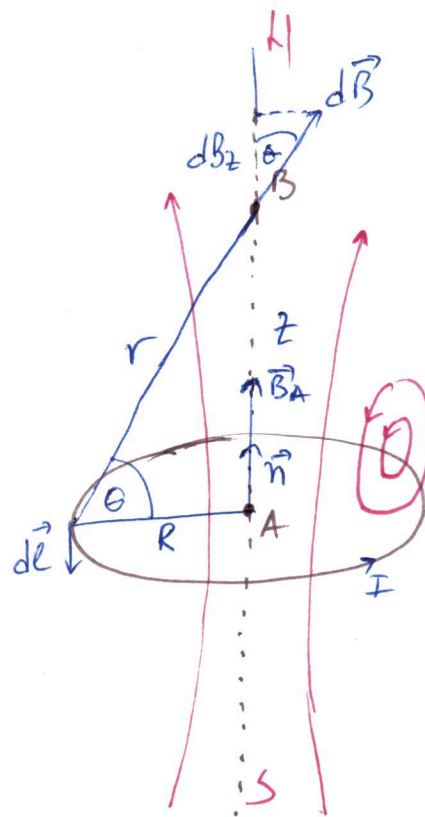
- у центру контуре $\vec{R} \perp d\vec{l}$ $\sin \theta = 1$ $dl = R d\theta$

$$dB_A = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{R d\theta}{R^2}$$

$$B_A = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{1}{R} \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$B_A = \frac{\mu_0}{2} I \frac{1}{R}$$

$$\vec{B}_A = \frac{\mu_0}{2} I \frac{\vec{n}}{R}$$



- На растојању z од контуре $r^2 = z^2 + R^2$ $\sin \theta = \frac{R}{\sqrt{z^2 + R^2}}$ $dl = R d\theta$

$$dB_z = dB \sin \theta$$

$$dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} d\theta = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

Правлинистим проводник

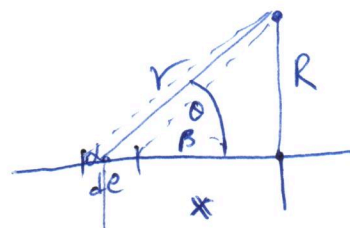
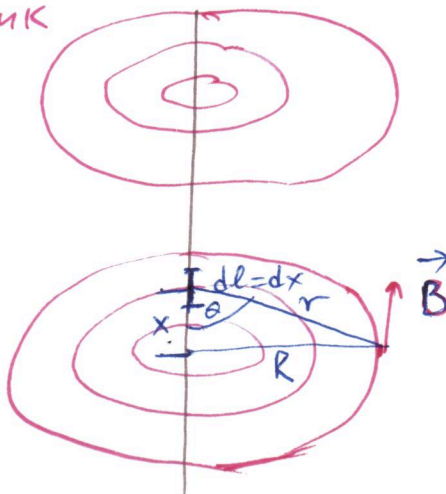
$$x = -R \cot \theta$$

$$dx = R \frac{d\theta}{\sin^2 \theta} \quad r = \frac{R}{\sin \theta}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{R d\theta \sin \theta}{\sin^2 \theta R^2}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \alpha - \cos \beta)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



$$\alpha \rightarrow 0$$

$$\beta \rightarrow \pi$$