

- ММАЗ електрона -

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}^0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) = E\psi(x) \quad / \cdot \frac{2m}{\hbar^2}$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi(x) = 0$$

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$= \frac{p^2}{2m}$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + k^2 \psi(x) = 0$$

$$k = \frac{p}{\hbar}$$

$$\psi_1(x) = e^{ikx}$$

$$\psi_2(x) = e^{-ikx}$$

$$\psi(x) = A\psi_1(x) + B\psi_2(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$$

Временска зависност $e^{-i\frac{E}{\hbar}t} = e^{-i\frac{\hbar k^2}{2m}t}$

$$\psi(x,t) = A e^{ik(x - \frac{\hbar k}{2m}t)} + B e^{-ik(x - \frac{\hbar k}{2m}t)}$$

↑ единица разност маса

За слободна честича не постоје гранични услови јер је потенцијал (ВУД) униформан, па нема ограничења за k и не постоје дискретне вредности E , већ је спектар континуан. (Својствене вредности (E) су бесконачно дегенератне.)

$$\psi_1(x) = e^{i\frac{p}{\hbar}x} \quad \psi_2(x) = e^{-i\frac{p}{\hbar}x}$$

$$\hat{p}_x \psi_1(x) = -\hbar \frac{d}{dx} e^{i\frac{p}{\hbar}x} = p \psi_1(x) \quad \hat{p}_x \psi_2(x) = -p \psi_2(x)$$

$$p_x \psi(x) \neq \text{const} \psi(x) \quad \psi(x) \text{ суперпозиција два стања са различитим вредностима } p$$

Међутим, дакле функција $\psi(x)$ није квадратно интегрална јер се не може нормирати:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_k^*(x) \psi_k(x) dx = |A|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dx = |A|^2 (\infty)$$

ПА не може представљати физичко стање честице. Слободна честица не може постојати у стационарном стању, или не постоји тако нешто као слободна честица са одређеном енергијом.

Итак, ова реченка имају своју математику хоту невинно од физике интерпретације. Опште речено (2). се може брзо комбиновати (с тим што мето сме имамо ширину по компитион променљивоз k):

$$\psi(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(k) e^{i(kx - \frac{\hbar k^2}{2m} t)} dk$$

↑ Ова функција се може нормирати [за одређену $\phi(k)$], али такмиче се енергија и брзина.

Она представља пакети пакети.

$$\psi(x, 0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(k) e^{ikx} dk$$

$$\phi(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x, 0) e^{-ikx} dx$$



Фурјеова трансформација

За изабрану честицу која се у почетном тренутку $-a < x < a$, а која се ослобађа у $t=0$ $\psi(x, 0) = \begin{cases} A & -a < x < a \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$

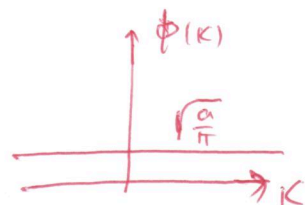
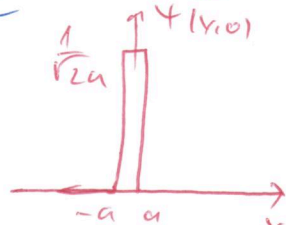
Имају ~~и~~ $\psi(x, t)$.

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x, 0)|^2 dx = |A|^2 \int_{-a}^a dx = 2a|A|^2 \Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{2a}}$$

$$\phi(k) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2a}} \int_{-a}^a e^{-ikx} dx = \frac{1}{2\pi a} \frac{e^{-ikx}}{-ik} \Big|_{-a}^a = \frac{1}{k\pi a} \left(\frac{e^{ika} - e^{-ika}}{2i} \right) = \frac{1}{\pi a} \frac{\sin(ka)}{k}$$

$$\psi(x, t) = \frac{1}{\pi\sqrt{2a}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(ka)}{k} e^{i(kx - \frac{\hbar k^2}{2m} t)} dk$$

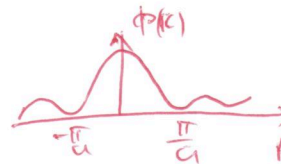
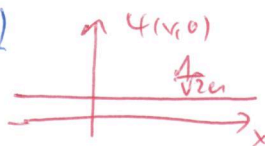
За мало a : $\phi(k) = \sqrt{\frac{a}{\pi}}$



Мала не одређеност померања, Али велика импулса

За велико a :

$$\phi(k) = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \frac{\sin(ka)}{ka}$$



Добро дефиниција λ и $p = \frac{h}{\lambda}$
Ми потпуно не дефиницијо x

Обрнуто.

