

Potrebne formule:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

$$s_r = \frac{s}{\bar{X}}$$

$$\text{varijansa} = s^2$$

$$\mu = \bar{X} \pm \frac{ts}{\sqrt{n}}$$

$$G = \frac{|\text{upitna vrednost} - \bar{X}|}{s}$$

$$Q_{exp} = \frac{X_n - X_{n-1}}{X_n - X_1}$$

$$Q_{exp} = \frac{X_2 - X_1}{X_n - X_1}$$

$$d_i = y_i - y = y_i - (kx + n)$$

Nagib prave $k = \frac{n\sum(x_i y_i) - \sum x_i \sum y_i}{n\sum(x_i^2) - (\sum x_i)^2}$

Odsečak prave $n = \frac{\sum(x_i^2)\sum y_i - \sum(x_i y_i)\sum x_i}{n\sum(x_i^2) - (\sum x_i)^2}$

$$s_k = s_y \sqrt{\frac{n}{D}}$$

$$s_n = s_y \sqrt{\frac{\sum(x_i^2)}{D}}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n-2}}$$

$$D = n \sum(x_i^2) - (\sum x_i)^2$$

Potrebne tabelle:

Tabela 1. Vrednosti parametara t za Studentovu raspodelu

Broj stepeni slobode	Interval poizdanosti (%)		
	50	90	95
1	1,000	6,314	12,706
2	0,816	2,920	4,302
3	0,765	2,353	3,182
4	0,741	2,132	2,776
5	0,727	2,015	2,571
6	0,718	1,943	2,447
7	0,711	1,895	2,365
8	0,706	1,860	2,306
9	0,703	1,833	2,262
10	0,700	1,812	2,228
15	0,691	1,753	2,131
20	0,687	1,725	2,086
25	0,684	1,708	2,060
30	0,683	1,697	2,042
40	0,681	1,684	2,021
60	0,679	1,671	2,000
120	0,677	1,658	1,980
∞	0,674	1,645	1,960

Tabela 2. Vrednosti parametra G za odbacivanje autlajera

Broj stepeni slobode	Interval pouzdanosti (%)
	95
4	1,463
5	1,672
6	1,822
7	1,938
8	2,032
9	2,110
10	2,176
11	2,234
12	2,285
15	2,409
20	2,557

Tabela 3. Vrednosti parametra Q za odbacivanje autlajera

Broj merenja	Interval pouzdanosti (%)
	95
3	0,970
4	0,829
5	0,710
6	0,625
7	0,568
8	0,526
9	0,493
10	0,466

1. **(1,5 poen)** Zaokružiti brojeve korišćenjem pravila o zaokruživanju:

- a) $(0,855 \pm 0,050) m$ → $(0,86 \pm 0,05)$
b) $(1,991 \pm 0,052) m$ → $(1,99 \pm 0,06)$
c) $(19,994 \pm 0,122) m$ → $(20,0 \pm 0,2)$
d) $(4823,5 \pm 35,55) m$ → (4820 ± 40)
e) $(29351,2 \pm 120,8) m$ → (29400 ± 200)

2. **(1,5 poen)** Pretvoriti sledeće jedinice

- a) dm^3 → $10^6 mm^3$
b) $\frac{W}{A}$ → $10^6 \frac{nW}{mA}$
c) $\frac{m^2 kg}{s^2}$ → $10 \frac{cm^2 g}{ms^2}$

3. **(1,5 poen)** Napisati formule jedinjenja čiji su nazivi:

Diazot-tetroksid	<u>N_2O_4</u>
Kadmijum(II)-hlorat	<u>$Cd(ClO_3)_2$</u>
Barijum-dihidrogenfosfat	<u>$Ba(H_2PO_4)_2$</u>
Olovo(II)-dihromat	<u>$PbCr_2O_7$</u>
Mangan(II)-hlorid-trihidrat	<u>$MnCl_2 \cdot 3H_2O$</u>

4. **(1,5 poen)** Napisati nazive jedinjenja čije su formule:

$Ca(IO_3)_2$	<u>kalcijum-jodat</u>
H_2CO_3	<u>ugljena/karbonatna kiselina</u>
$KMnO_4$	<u>kalijum-permanganat</u>
$CuSO_3$	<u>bakar(II)-sulfit/cupri-sulfit</u>
$CaCl_2 \cdot 6H_2O$	<u>kalcijum-hlorid heksahidrat</u>

5. **(4 poena)** U okviru vežbe iz Opšteg kursa fizičke hemije student je imao zadatak da izračuna gustinu supstancije X merenjem masa vode i supstancije X i gustine vode na temperaturi merenja. Mase vode i supstancije X su iznosile 6,944 i 7,540 g i merene su na vagi sa greškom od 0,001 g. Gustina vode na temperaturi merenja iznosi $(0,999215 \pm 0,000001) gcm^{-3}$. Korišćenjem formule prikazane u nastavku izračunati gustinu supstancije X, izvesti izraz za neodređenost merenja i zaokružiti rezultat korišćenjem pravila o zaokruživanju.

$$\rho_X = \frac{m_X \cdot \rho_{voda}}{m_{voda}}$$

$$\rho_X = \frac{m_X \cdot \rho_{voda}}{m_{voda}} = \frac{7,540 g \cdot 0,999215 \frac{g}{cm^3}}{6,944 g} = 1,08491 \frac{g}{cm^3}$$

$$\Delta\rho_X = \left| \frac{\partial\rho_X}{\partial m_x} \right| \Delta m_x + \left| \frac{\partial\rho_X}{\partial\rho_{voda}} \right| \Delta\rho_{voda} + \left| \frac{\partial\rho_X}{\partial m_{voda}} \right| \Delta m_{voda}$$

Izraz za neodređenost gustine:

$$\Delta\rho_X = \frac{\rho_{voda}}{m_{voda}} \Delta m_x + \frac{m_x}{m_{voda}} \Delta\rho_{voda} + \frac{m_x \cdot \rho_{voda}}{m_{voda}^2} \Delta m_{voda}$$

$$\Delta\rho_X = \frac{0,999215 \frac{g}{cm^3}}{6,944 g} \cdot 0,001 g + \frac{7,540 g}{6,944 g} \cdot 0,000001 \frac{g}{cm^3} + \frac{7,540 g \cdot 0,999215 \frac{g}{cm^3}}{(6,944 g)^2} \cdot 0,001 g = 0,000301 \frac{g}{cm^3} \approx 0,0004 \frac{g}{cm^3}$$

Gustina supstancije X: $\rho_X = (1,0849 \pm 0,0004) \frac{g}{cm^3}$

6. **(5 poena)** Merenje temperature rastvora ponovljeno je pet puta i dobijene su sledeće vrednosti: 22,8°C; 23,1°C; 22,8°C; 21,8°C i 22,7°C. Na osnovu prikazanog skupa vrednosti popuniti sledeću tabelu:

Parametar	Vrednost + jedinica
Srednja vrednost	22,64 °C
Standardna devijacija	0,493
Relativna standardna devijacija	0,0218
Varijansa	0,243°C ²
Moda	22,8°C
Medijana	22,8°C
50% Interval pouzdanosti* ¹	$\mu(50\%) = (22,6 \pm 0,2)^\circ\text{C}$
95% Interval pouzdanosti* ¹	$\mu(95\%) = (22,6 \pm 0,7)^\circ\text{C}$
Da li vrednost 21,8°C može isključiti za nivoom pouzdanosti od 95% korišćenjem Grubbs-ovog testa?	Da, $G_{exp} > G_{teor}$
Da li vrednost 21,8°C može isključiti za nivoom pouzdanosti od 95% korišćenjem Dixon-ovog testa?	Ne, $Q_{exp} < Q_{teor}$

¹ Prikazati rezultat kao srednja vrednost ± neodređenost merenja zaokružene prema pravilima.

Račun:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{21,8 + 22,7 + 22,8 + 22,8 + 23,1}{5} \text{ } ^\circ\text{C} = 22,64^\circ\text{C}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$
$$= \sqrt{\frac{(21,8 - 22,64)^2 + (22,7 - 22,64)^2 + (22,8 - 22,64)^2 + (22,8 - 22,64)^2 + (23,1 - 22,64)^2}{4}} \text{ } ^\circ\text{C}$$
$$= 0,493 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$s_r = \frac{s}{\bar{X}} = \frac{0,493^\circ\text{C}}{22,64^\circ\text{C}} = 0,0218$$

$$\text{varijansa} = s^2 = (0,493 \text{ } ^\circ\text{C})^2 = 0,243^\circ\text{C}^2$$

$$\mu(50\%) = \bar{X} \pm \frac{ts}{\sqrt{n}} = 22,64^\circ\text{C} \pm \frac{0,741 \cdot 0,493 \text{ } ^\circ\text{C}}{\sqrt{5}} = 22,64^\circ\text{C} \pm 0,163^\circ\text{C}$$

$$\mu(50\%) = (22,6 \pm 0,2)^\circ\text{C}$$

$$\mu(95\%) = \bar{X} \pm \frac{ts}{\sqrt{n}} = 22,64^\circ\text{C} \pm \frac{2,776 \cdot 0,493 \text{ } ^\circ\text{C}}{\sqrt{5}} = 22,64^\circ\text{C} \pm 0,612^\circ\text{C}$$

$$\mu(95\%) = (22,6 \pm 0,7)^\circ\text{C}$$

$$G_{exp} = \frac{|\text{upitna vrednost} - \bar{X}|}{s} = \frac{|21,8^\circ\text{C} - 22,64^\circ\text{C}|}{0,493 \text{ } ^\circ\text{C}} = 1,704$$

$$G_{teor} = 1,463$$

$$Q_{exp} = \frac{X_2 - X_1}{X_n - X_1} = \frac{22,7^\circ\text{C} - 21,8^\circ\text{C}}{23,1^\circ\text{C} - 21,8^\circ\text{C}} = 0,692$$

$$Q_{teor} = 0,710$$

7. (5 poena) Merenjem otpora rastvora NaCl u funkciji od temperature, dobijene su sledeće vrednosti:

Otpor [Ω]	75,0	76,3	77,1	75,7
Temperatura [$^\circ\text{C}$]	45	50	55	x

Izračunati vrednosti nagiba i odsečka prave koja prolazi kroz dati skup vrednosti i njihove neodređenosti, a nakon toga i vrednost nepoznate temperature ako je otpor datog rastvora 75,7 Ω (za ovu vrednost nije porebno računati neodređenost). Za izračunavanja koristiti tabelu prikazanu u nastavku.

	x	y	xy	x ²	di	di ²
1	45	75,0	3375	2025	-0,087	0,00757
2	50	76,3	3815	2500	0,163	0,02657
3	55	77,1	4240,5	3025	0,087	0,00757
suma	150	228,4	11430,5	7550		0,0417

Račun:

$$k = \frac{n \sum(x_i y_i) - \sum x_i \sum y_i}{n \sum(x_i^2) - (\sum x_i)^2} = \frac{3 \cdot 11430,5 - 150 \cdot 228,4}{3 \cdot 7550 - 150^2} \frac{\Omega}{^\circ\text{C}} = 0,21 \frac{\Omega}{^\circ\text{C}}$$

$$n = \frac{\sum(x_i^2) \sum y_i - \sum(x_i y_i) \sum x_i}{n \sum(x_i^2) - (\sum x_i)^2} = \frac{7550 \cdot 228,4 - 11430,5 \cdot 150}{3 \cdot 7550 - 150^2} \Omega = 65,637 \Omega$$

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{0,0417}{1}} = 0,204 \Omega$$

$$D = n \sum(x_i^2) - (\sum x_i)^2 = 3 \cdot 7550 - 150^2 = 150$$

$$s_k = s_y \sqrt{\frac{n}{D}} = 0,204 \cdot \sqrt{\frac{3}{150}} \frac{\Omega}{^\circ\text{C}} = 0,0288 \frac{\Omega}{^\circ\text{C}}$$

$$s_n = s_y \sqrt{\frac{\sum(x_i^2)}{D}} = 0,204 \cdot \sqrt{\frac{7550}{150}} \Omega = 1,448 \Omega$$

$$x_{\text{nepoznato}} = \frac{y - n}{k} = \frac{75,7 - 65,637}{0,21} ^\circ\text{C} = 47,9^\circ\text{C}$$

Nagib: $k = (0,21 \pm 0,03) \frac{\Omega}{^\circ\text{C}}$ Odsečak: $n = (66 \pm 2)\Omega$ Nepoznata T: $47,9^\circ\text{C}$