

Domaći zadatak 3, Uvod u laboratorijski rad

1. Izvesti izraz za grešku ako je y zavisno promenljiva, a x , z , m i p nezavisno promenljive:

a) $y = 18x + 16mp$

$$\Delta y = 18\Delta x + 16p\Delta m + 16m\Delta p$$

b) $y = 256x^2 + 20z^3 - \frac{10}{p^4}$

$$\Delta y = 512x\Delta x + 60z^2\Delta z + \frac{40}{p^5}\Delta p$$

c) $y = \frac{15x+65m^2}{xp^3}$

$$y = \frac{15x + 65m^2}{xp^3} = \frac{15}{p^3} + \frac{65m^2}{xp^3}$$

$$\Delta y = \frac{65m^2}{x^2p^3}\Delta x + \frac{130m}{xp^3}\Delta m + \left(\frac{45}{p^4} + \frac{195m^2}{xp^4}\right)\Delta p$$

d) $y = \frac{8,5xz^2}{p}$

$$\Delta y = \frac{8,5z^2}{p}\Delta x + \frac{17xz}{p}\Delta z + \frac{8,5xz^2}{p^2}\Delta p$$

e) $y = \sin(x) + 18\frac{m^2}{p}$

$$\Delta y = \cos(x)\Delta x + 36\frac{m}{p}\Delta m + 18\frac{m^2}{p^2}\Delta p$$

f) $y = e^{4m} + \ln(8p)$

$$\Delta y = 4e^{4m}\Delta m + \frac{1}{8p}\Delta p$$

2. Izračunati pritisak idealnog gasa i grešku njegovog određivanja ako su dati sledeći podaci: $V=(200\pm 1)$ cm^3 , $T=(298\pm 3)$ K, $R=8,314$ $\frac{\text{J}}{\text{molK}}$ i $n=(2,01\pm 0,03)$ mol. Pretpostaviti da je greška koja potiče od molarne gasne konstante zanemarljiva.

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{2,01 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 298 \text{ K}}{200 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} = 24,90 \text{ MPa}$$

$$\Delta p = \frac{\Delta nRT}{V} + \frac{nR\Delta T}{V} + \frac{nRT\Delta V}{V^2}$$

$$= \frac{0,03 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 298 \text{ K}}{200 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} + \frac{2,01 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 3 \text{ K}}{200 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}$$

$$+ \frac{2,01 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 298 \text{ K}}{(200 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3)^2} \cdot 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 0,74 \text{ MPa}$$

$$p = (24,9 \pm 0,8) \text{ MPa}$$

3. Izračunati maseni udeo BaSO_4 u smeši BaSO_4 i NaCl ukoliko su odmerene sledeće mase: $m(\text{BaSO}_4)=0,194 \text{ g}$ i $m(\text{NaCl})=0,368 \text{ g}$. Greška vage je $0,001 \text{ g}$. Formula za izračunavanje masenog udela BaSO_4 u smeši je:

$$w(\text{BaSO}_4) = \frac{m(\text{BaSO}_4)}{m(\text{BaSO}_4) + m(\text{NaCl})}$$

$$w(\text{BaSO}_4) = \frac{0,194 \text{ g}}{0,194 \text{ g} + 0,368 \text{ g}} = 0,3452$$

Ukoliko pojednostavimo izraz: $y = \frac{x}{x+z}$

$$\Delta y = \left| \frac{\partial y}{\partial x} \Delta x \right| + \left| \frac{\partial y}{\partial z} \Delta z \right|$$

Prilikom računanja prvog parcijalnog izvoda treba iskoristiti pravilo o izvodu količnika:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{x+z} \right) = \frac{\frac{\partial x}{\partial x} (x+z) - x \frac{\partial}{\partial x} (x+z)}{(x+z)^2} = \frac{x+z-x}{(x+z)^2} = \frac{z}{(x+z)^2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{x}{x+z} \right) = \frac{\frac{\partial x}{\partial z} (x+z) - x \frac{\partial}{\partial z} (x+z)}{(x+z)^2} = \frac{-x}{(x+z)^2} = \frac{-x}{(x+z)^2}$$

$$\Delta y = \left| \frac{\partial y}{\partial x} \Delta x \right| + \left| \frac{\partial y}{\partial z} \Delta z \right| = \frac{z}{(x+z)^2} \Delta x + \frac{x}{(x+z)^2} \Delta z$$

Ili prema formuli:

$$\Delta w(\text{BaSO}_4) = \frac{m(\text{NaCl})}{(m(\text{BaSO}_4) + m(\text{NaCl}))^2} \Delta m(\text{BaSO}_4) + \frac{m(\text{BaSO}_4)}{(m(\text{BaSO}_4) + m(\text{NaCl}))^2} \Delta m(\text{NaCl})$$

$$\Delta w(\text{BaSO}_4) = \frac{0,368 \text{ g}}{(0,194 \text{ g} + 0,368 \text{ g})^2} \cdot 0,001 \text{ g} + \frac{0,194 \text{ g}}{(0,194 \text{ g} + 0,368 \text{ g})^2} \cdot 0,001 \text{ g} = 0,0017$$

$$\approx 0,002$$

$$w(\text{BaSO}_4) = (0,345 \pm 0,002)$$

4. Izračunati koncentraciju rastvora i predstaviti izraz sa greškom ako je odmereno $(0,199 \pm 0,001) \text{ g}$ kalijum-nitrata i rastvoreno u sudu zapremine $(100 \pm 0,05) \text{ mL}$. ($M(\text{K})=39,0983 \text{ g mol}^{-1}$, $M(\text{N})=14,0067 \text{ g mol}^{-1}$ i $M(\text{O})=15,999 \text{ g mol}^{-1}$).

$$M(\text{KNO}_3) = M(\text{K}) + M(\text{N}) + 3M(\text{O}) = 39,0983 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 14,0067 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 3 \cdot 15,999 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$= 101,102 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\Delta M(KNO_3) = \Delta M(K) + \Delta M(N) + 3\Delta M(O) = 0,0001 \frac{g}{mol} + 0,0001 \frac{g}{mol} + 3 \cdot 0,001 \frac{g}{mol}$$

$$\approx 0,004 \frac{g}{mol}$$

$$c = \frac{m}{MV} = \frac{0,199 g}{101,102 \frac{g}{mol} \cdot 0,1 L} = 0,01968 M$$

$$\Delta c = \frac{\Delta m}{MV} + \frac{m\Delta M}{M^2V} + \frac{m\Delta V}{MV^2}$$

$$= \frac{0,001 g}{101,102 \frac{g}{mol} \cdot 0,1 L} + \frac{0,199 g \cdot 0,004 \frac{g}{mol}}{\left(101,102 \frac{g}{mol}\right)^2 \cdot 0,1 L} + \frac{0,199 g \cdot 5 \cdot 10^{-5} L}{101,102 \frac{g}{mol} \cdot (0,1 L)^2}$$

$$= 0,000109 M \approx 0,0002 M$$

$$c = (19,7 \pm 0,2) mM$$

5. Merenjem otpora rastvora NaCl u funkciji od temperature, dobijene su sledeće vrednosti:

Otpor [Ω]	75,0	76,3	77,1	78,2	79,0
Temperatura [$^{\circ}C$]	45	50	55	60	65

Odrediti nagib i odsečak ove prave i njihove jedinice a potom i linearnu jednačinu koja prikazuje datu zavisnost. Odrediti i vrednost greške nagiba i odsečka i rezultat prikazati pravilno.

Na osnovu postavke zadatka otpor je zavisno promenljiva, a temperatura nezavisno promenljiva, preuređivanjem tabele dobijamo:

x	y	xy	x ²	di	di ²
45	75,0	3375	2025	-0,14	0,0196
50	76,3	3815	2500	0,17	0,0289
55	77,1	4240,5	3025	-0,02	0,0004
60	78,2	4692	3600	0,09	0,0081
65	79,0	5135	4225	-0,1	0,01
275	385,6	21257,5	15375		0,067

$$k = \frac{5 \cdot 21257,5 - 275 \cdot 385,6}{5 \cdot 15375 - 275^2} \frac{\Omega}{^{\circ}C} = 0,198 \frac{\Omega}{^{\circ}C}$$

$$n = \frac{15375 \cdot 385,6 - 21257,5 \cdot 275}{5 \cdot 15375 - 275^2} = 66,23 \Omega$$

$$s_y = \sqrt{\frac{0,067}{3}} \Omega = 0,149 \Omega$$

$$D = 5 \cdot 15375 - 275^2 = 1250 \text{ } ^{\circ}C^2$$

$$s_k = 0,149 \cdot \sqrt{\frac{5}{1250} \frac{\Omega}{^\circ\text{C}}} = 0,0094 \frac{\Omega}{^\circ\text{C}} \approx 0,01 \frac{\Omega}{^\circ\text{C}}$$

$$s_n = 0,149 \cdot \sqrt{\frac{15375}{1250}} \Omega = 0,52256 \Omega \approx 0,6 \Omega$$

$$k = (0,20 \pm 0,01) \frac{\Omega}{^\circ\text{C}}$$

$$n = (66,2 \pm 0,6) \Omega$$

6. Merenjem signala analita u funkciji od koncentracije dobijene su sledeće vrednosti:

Signal	56	68	77	80	96
Koncentracija (M)	1,5	2	2,5	3	3,5

Merenjem signala analita nepoznate koncentracije je dobijena vrednost od 73. Izračunati nepoznatu koncentraciju i rezultat prikazati sa greškom.

Signal analita je zavisno promenljiva, a koncentracija je nezavisno promenljiva:

x	y	xy	x ²	di	di ²
1,5	56	84	2,25	-1	1
2	68	136	4	1,8	3,24
2,5	77	192,5	6,25	1,6	2,56
3	80	240	9	-4,6	21,16
3,5	96	336	12,25	2,2	4,84
12,5	377	988,5	33,75		32,8

$$k = \frac{5 \cdot 988,5 - 12,5 \cdot 377}{5 \cdot 33,75 - 12,5^2} = 18,4 \frac{1}{M}$$

$$n = \frac{33,75 \cdot 377 - 988,5 \cdot 12,5}{5 \cdot 33,75 - 12,5^2} = 29,4$$

$$s_y = \sqrt{\frac{32,8}{3}} = 3,307$$

$$D = 5 \cdot 33,75 - 12,5^2 = 12,5 M^2$$

$$s_k = 3,307 \cdot \sqrt{\frac{5}{12,5}} = 2,091 \approx 3 \frac{1}{M}$$

$$s_n = 3,307 \cdot \sqrt{\frac{33,75}{12,5}} = 5,4339 \approx 6$$

$$k = (18 \pm 3) \frac{1}{M}$$

$$n = (29 \pm 6)$$

$$x_{\text{nepoznato}} = \frac{73 - 29}{18 \frac{1}{M}} = 2,444 M$$

$$\Delta x_{\text{nepoznato}} = \frac{1}{18 \frac{1}{M}} \cdot 3,307 + \frac{1}{18 \frac{1}{M}} \cdot 6 + (73 - 29) \cdot \frac{3 \frac{1}{M}}{\left(18 \frac{1}{M}\right)^2} = 0,924 \approx 1 M$$

$$x_{\text{nepoznato}} = (2 \pm 1) M$$